Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Математики

УТВЕРЖДАЮ
Начальник учебно-методического управления
Михайлова Анна Олеговна Подписано цифровой подписью: Михайлова Анна Олеговна
«15» февраля 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Высшая математика

направление подготовки/специальность 15.03.06 Мехатроника и робототехника

направленность (профиль)/специализация образовательной программы Проектирование мехатронных, робототехнических систем и комплексов

Форма обучения очная

Санкт-Петербург, 2024

1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является обеспечение обучающихся математическими знаниями и умениями, необходимыми для решения основных задач профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины являются:

- повышение общей математической культуры обучающихся;
- развитие логического и аналитического мышления обучающихся;
- осознание обучающимися роли математики в профессиональной деятельности;
- освоение обучающимися основных понятий и методов современной математики, необходимых для формализации и решения теоретических и практических задач в области экономики, финансов и бизнеса;
- формирование у обучающихся навыков использования технических средств и современного программного обеспечения для решения математических задач.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения ОПОП
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Определяет перечень задач для достижения поставленной цели	**знает** - основные разделы высшей математики для решения поставленных задач; **умеет** - формализовать поставленную задачу; - применять основные математические методы в решении поставленных задач.
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.3 Предлагает способ и средство решения задачи профессиональной деятельности с учётом ресурсов и ограничений	**знает** -математический аппарат, применяемый для решения основных профессиональных задач; **умеет** - выбирать способ решения поставленной задачи с учетом ресурсов и ограничений; **владеет** - математическими методами решения поставленных задач.
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.4 Составляет последовательность (алгоритм) решения задачи	**знает** - алгоритмы основных методов решения поставленных математических задач; **умеет** - применять алгоритмы основных методов решения поставленных математических задач; **владеет** - алгоритмами решения поставленных математических задач.

3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) включена в Блок «Дисциплины, модули» Б1.О.09 основной профессиональной образовательной программы 15.03.06 Мехатроника и робототехника и относится к обязательной части учебного плана.

Требования к предварительной подготовке обучающегося: обучающимися должна быть освоена программа математики в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования.

№ п/п	Последующие дисциплины	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1	Проектирование мехатронных и робототехнических систем	ПК-2.1, ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-2.5, ПК-2.6
2	Основы конструкций промышленных роботов и наземных транспортно-технологических машин	ОПК-2.3, ОПК-14.3

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Всего часов	Из них часы на практическую подготовку	Семестр		
			1	2	3
Контактная работа	192		64	64	64
Лекционные занятия (Лек)	80	0	32	16	32
Практические занятия (Пр)	112	0	32	48	32
Иная контактная работа, в том числе:	2,9		1,05	0,8	1,05
консультации по курсовой работе (проекту), контрольным работам (РГР)	1,2		0,4	0,4	0,4
контактная работа на аттестацию (сдача зачета, зачета с оценкой; защита курсовой работы (проекта); сдача контрольных работ (РГР))	1,2		0,4	0,4	0,4
контактная работа на аттестацию в сессию (консультация перед экзаменом и сдача	0,5		0,25		0,25
Часы на контроль	57,5		26,75	4	26,75
Самостоятельная работа (СР)	143,6		52,2	39,2	52,2
Общая трудоемкость дисциплины (модуля)					
часы:	396		144	108	144
зачетные единицы:	11		4	3	4

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по разделам (темам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Тематический план дисциплины (модуля)

№	Разделы дисциплины	Семестр	Контактная работа (по учебным занятиям), час.						СР	Всего, час.	Код индикатора достижения компетенции
			лекции		ПЗ		ЛР				
			всего	из них на практи-ческую подго-товку	всего	из них на практи-ческую подго-товку	всего	из них на практи-ческую подго-товку			
1.	1 раздел. Линейная и векторная алгебра.										
1.1.	Линейная алгебра.	1	6		4				8	18	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4

1.2.	Векторная алгебра.	1	2		4				4	10	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
2.	2 раздел. Аналитическая геометрия.										
2.1.	Аналитическая геометрия на плоскости.	1			4				6	10	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
2.2.	Аналитическая геометрия в пространстве.	1	4		2				4	10	УК-2.3, УК-2.4, УК-2.1
3.	3 раздел. Введение в анализ.										
3.1.	Функции одной переменной.	1	4		6				6	16	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
4.	4 раздел. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.										
4.1.	Производная функции.	1	4		4				8	16	УК-2.1, УК-2.3
4.2.	Приложения производной.	1	8		4				10	22	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
5.	5 раздел. Функции нескольких переменных.										
5.1.	Функции нескольких переменных.	1	4		4				6,2	14,2	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
6.	6 раздел. Иная контактная работа - 1 семестр.										
6.1.	Иная контактная работа.	1								0,8	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
7.	7 раздел. Контроль - 1 семестр.										
7.1.	Экзамен.	1								27	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
8.	8 раздел. Интегральное исчисление функции одной переменной.										
8.1.	Неопределенный интеграл.	2	2		16				12	30	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
8.2.	Определенный интеграл.	2	4		8				4	16	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
8.3.	Несобственный интеграл.	2	2		4				2	8	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
9.	9 раздел. Комплексные числа.										

9.1.	Комплексные числа.	2	2						2	4	УК-2.1, УК-2.3
10.	10 раздел. Дифференциальные уравнения.										
10.1.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	2	2		8				6	16	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
10.2.	Дифференциальные уравнения высших порядков.	2	4		12				13,2	29,2	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
11.	11 раздел. Иная контактная работа - 2 семестр.										
11.1.	Иная контактная работа.	2								0,8	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
12.	12 раздел. Контроль - 2 семестр.										
12.1.	Зачет.	2								4	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
13.	13 раздел. Ряды.										
13.1.	Ряды.	3	8		8				12	28	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
14.	14 раздел. Теория вероятностей.										
14.1.	Случайные события.	3	6		12				14	32	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
14.2.	Случайные величины.	3	12		6				12	30	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
15.	15 раздел. Математическая статистика.										
15.1.	Элементы математической статистики.	3	6		6				14,2	26,2	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
16.	16 раздел. Иная контактная работа - 3 семестр.										
16.1.	Иная контактная работа.	3								0,8	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
17.	17 раздел. Контроль - 3 семестр.										
17.1.	Экзамен.	3								27	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4

5.1. Лекции

№ разд	Наименование раздела и темы лекций	Наименование и краткое содержание лекций
1	Линейная алгебра.	Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.

		Матрицы и действия над ними. Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений и методы их решения. Критерий совместности систем линейных уравнений.
2	Векторная алгебра.	Векторы на плоскости и в пространстве. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами, свойства. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, свойства. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов в координатной форме.
4	Аналитическая геометрия в пространстве.	Плоскость и прямая в пространстве. Уравнение плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей в пространстве: угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Прямая в пространстве и способы её задания. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве: угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Расстояние от точки до прямой.
5	Функции одной переменной.	Предел и непрерывность функции одной переменной. Понятие и способы задания функции, свойства функций. Классификация элементарных функций. Применение функций в экономике. Предел числовой последовательности. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах, признаки существования предела. Замечательные пределы. Задача о непрерывном начислении процентов. Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые функции. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Основные теоремы о непрерывных функциях.
6	Производная функции.	Производная функции. Дифференциал функции. Определение производной. Ее геометрический и физический смысл. Экономический смысл производной, использование понятия производной в экономике. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций. Производная сложной, обратной и параметрически заданной функций. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Производные и дифференциалы высших порядков. Непрерывность и дифференцируемость.
7	Приложения производной.	Использование производной для исследования функций. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Исследование функций при помощи производных. Монотонность и экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость и точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графика.
8	Функции нескольких переменных.	Частные производные, полные дифференциалы и их приложения. Функции нескольких переменных. Область определения. Линии уровня. Предел функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных. Производная сложной и неявно заданной функции нескольких переменных. Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Производная по направлению функции нескольких переменных и градиент. Производные и дифференциалы

11		высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных в замкнутой области. Условный экстремум. Теорема Лагранжа.
11	Неопределенный интеграл.	Первообразная и неопределённый интеграл. Понятие первообразной функции. Определение и свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Интегрирование разложением. Интегрирование методом замены переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование рациональных алгебраических функций. Интегрирование некоторых иррациональных алгебраических функций.
12	Определенный интеграл.	Определенный интеграл и его приложения. Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении.Теорема Барроу и ее следствие. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определённого интеграла.
13	Несобственный интеграл.	Несобственный интеграл. Несобственный интеграл, определение, вычисление. Исследование сходимости несобственных интегралов первого и второго рода.
14	Комплексные числа.	Комплексные числа. Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами.
15	Дифференциальные уравнения первого порядка.	Основные виды дифференциальных уравнений первого порядка. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения и уравнения, приводящие к ним. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнение Бернулли.
16	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Некоторые виды дифференциальных уравнения высших порядков. Общие понятия о дифференциальных уравнениях второго порядка. Задача Коши. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка, свойства их решений. Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения однородного и неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных. Системы дифференциальных уравнений.
19	Ряды.	Числовые ряды. Степенные ряды. Числовой ряд, его сходимость, сумма. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости рядов с положительным членами: (признаки сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши). Знакочередующиеся ряды . Признак Лейбница для знакочередующихся рядов. Абсолютная и условная сходимость. Приближенное вычисление суммы ряда, различные способы оценки остатка ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости

		степенного ряда, свойства суммы степенного ряда. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда Тейлора к порождающей функции. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа.. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.
20	Случайные события.	Основные понятия теории вероятностей. Элементы комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания. Понятие случайного события, виды событий. Алгебра событий. Классическое определение вероятности. Частота и вероятность появления события. Геометрическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность, теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Повторные испытания. Формула Бернулли. Асимптотические формулы: теорема Пуассона, Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
21	Случайные величины.	Характеристики случайных величин. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения случайной величины. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения вероятностей. Числовые характеристики случайной величины. Виды распределения случайных величин: биномиальное распределение, геометрическое распределение, распределение Пуассона, равномерное распределение, показательное распределение, нормальное распределение. Распределения, связанные с нормальным распределением. Закон больших чисел. Предельные теоремы.
22	Элементы математической статистики.	Задачи математической статистики. Основные задачи математической статистики. Генеральная совокупность. Выборка. Вариационный ряд. Выборочная функция распределения. Выборочные числовые характеристики. Группированный вариационный ряд. Гистограмма. Интервальные оценки. Доверительный интервал для математического ожидания. Проверка статистических гипотез. Корреляция. Коэффициент корреляции. Регрессия. Выборочные линейные уравнения регрессии.

5.2. Практические занятия

№ разд	Наименование раздела и темы практических занятий	Наименование и содержание практических занятий
1	Линейная алгебра.	Действия над матрицами. Методы решения систем линейных уравнений. Арифметические действия над матрицами: сложение, вычитание, умножение на число, умножение матриц. Способы вычисления обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса.
2	Векторная алгебра.	Векторы, операции над векторами. Линейные операции над векторами. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов в координатной форме. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
3	Аналитическая геометрия на плоскости.	Уравнение линии на плоскости. Декартова система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками, деление отрезка в заданном соотношении. Виды уравнений прямой на плоскости. Условия параллельности и

		перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.
4	Аналитическая геометрия в пространстве.	Плоскость и прямая в пространстве. Уравнение плоскости в пространстве. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
5	Функции одной переменной.	Предел функции. Раскрытие различных видов неопределенностей при вычислении пределов. Замечательные пределы. Использование эквивалентных бесконечно малых для вычисления пределов.
6	Производная функции.	Производная функции. Правила дифференцирования, таблица производных. Производные элементарных функций. Производная сложной, обратной и параметрически заданной функций. Уравнение касательной и нормали к кривой.
7	Приложения производной.	Использование производной для вычисления пределов и исследования функций. Раскрытие различных видов неопределенностей с использованием правила Лопиталя. Исследование функций при помощи производных. Монотонность и экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость и точки перегиба. Общая схема исследования функции и построения графика.
8	Функции нескольких переменных.	Частные производные, полные дифференциалы и их приложения. Частные производные функции нескольких переменных. Производная по направлению и градиент. Производные высших порядков. Экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.
11	Неопределенный интеграл.	Методы интегрирования. Таблица неопределенных интегралов. Интегрирование разложением. Интегрирование методом замены переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование рациональных алгебраических функций. Интегрирование некоторых иррациональных алгебраических функций.
12	Определенный интеграл.	Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг, объемов тел вращения и площадей поверхностей вращения.
13	Несобственный интеграл.	Несобственные интегралы первого и второго рода. Исследование сходимости несобственных интегралов первого и второго рода.
15	Дифференциальные уравнения первого порядка.	Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Однородные дифференциальные уравнения и уравнения, приводящие к ним. Решение линейных дифференциальных уравнений методом Бернулли и методом Лагранжа. Уравнение Бернулли.
16	Дифференциальные	Методы решения дифференциальных уравнений второго порядка.

	уравнения высших порядков.	Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных.
19	Ряды.	Числовые ряды. Степенные ряды. Числовые ряды. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Сходимость знакопеременных рядов. Функциональные ряды.
20	Случайные события.	Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания. Вероятность случайного события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Повторные испытания. Формула Бернулли. Асимптотические формулы.
21	Случайные величины.	Характеристики случайных величин. Дискретная случайная величина. Непрерывная случайная величина. Нормальное распределение.
22	Элементы математической статистики.	Обработка статистических данных. Первичная статистическая обработка экспериментальных данных. Нахождение числовых характеристик. Анализ полученных результатов. Оценка соответствия закона распределения. Критерии согласия Пирсона, Колмогорова. Точечные оценки параметров распределения. Интервальные оценки параметров распределения. Построение регрессионной прямой по сгруппированным данным. Проверка значимости коэффициента корреляции.

5.3. Самостоятельная работа обучающихся

№ разд	Наименование раздела дисциплины и темы	Содержание самостоятельной работы
1	Линейная алгебра.	Действия над матрицами. Решение систем линейных уравнений. Изучение материала, решение задач.
2	Векторная алгебра.	Решение задач векторной алгебры. Изучение материала, решение задач.
3	Аналитическая геометрия на плоскости.	Решение задач геометрии на плоскости. Изучение материала, решение задач.
4	Аналитическая геометрия в пространстве.	Решение задач на плоскость и прямую в пространстве. Изучение материала, решение задач.
5	Функции одной переменной.	Вычисление пределов функций. Изучение материала, решение задач.
6	Производная функции.	Дифференцирование сложных, неявных и параметрически заданных функций. Изучение материала, решение задач.
7	Приложения производной.	Исследование функций и построение графиков. Изучение материала, решение задач.
8	Функции нескольких переменных.	Дифференцирование функций нескольких переменных. Изучение материала, решение задач.
11	Неопределенный	Вычисление неопределенных интегралов.

	интеграл.	Изучение материала, решение задач.
12	Определенный интеграл.	Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг, объемов тел вращения. Изучение материала, решение задач.
13	Несобственный интеграл.	Несобственные интегралы первого и второго рода. Изучение материала, решение задач.
14	Комплексные числа.	Комплексные числа. Изучение материала, решение задач.
15	Дифференциальные уравнения первого порядка.	Решение дифференциальных уравнений первого порядка. Изучение материала, решение задач.
16	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Решение дифференциальных уравнения второго порядка. Изучение материала, решение задач.
19	Ряды.	Ряды. Изучение материала, решение задач.
20	Случайные события.	Вычисление вероятностей случайных событий. Изучение материала, решение задач.
21	Случайные величины.	Определение закона распределения и вычисление числовых характеристик случайных величин. Изучение материала, решение задач.
22	Элементы математической статистики.	Обработка статистических данных. Изучение материала, выполнение индивидуального задания.

6. Методические материалы для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Программой дисциплины предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых даётся основной систематизированный материал, практических занятий, предполагающих закрепление изученного материала и формирование у обучающихся необходимых знаний, умений и навыков, и самостоятельная работа обучающихся.

В объём самостоятельной работы по дисциплине включается:
- изучение теоретических вопросов по всем темам дисциплины;
- подготовка к практическим занятиям;
- решение индивидуальных заданий контрольной работы по темам, изучаемым в семестре;
- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

При подготовке к практическим занятиям в рамках самостоятельной работы по изучению дисциплины обучающимся необходимо:
- повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учётом рекомендованной по данной теме литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники;
- выполнить практические задания в рамках изучаемой темы;
- выполнить индивидуальные задания контрольной работы в рамках изучаемой темы;
- подготовиться к промежуточной аттестации.

Учебным планом предусмотрены контрольные работы в 1, 2 и 3 семестре, включающие индивидуальные задания по всем темам дисциплины, изучаемым в семестре.

Курсовые проекты (работы) учебным планом не предусмотрены.

7. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины (модуля)	Код и наименование индикатора контролируемой компетенции	Вид оценочного средства
1	Линейная алгебра.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
2	Векторная алгебра.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
3	Аналитическая геометрия на плоскости.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
4	Аналитическая геометрия в пространстве.	УК-2.3, УК-2.4, УК-2.1	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
5	Функции одной переменной.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
6	Производная функции.	УК-2.1, УК-2.3	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
7	Приложения производной.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
8	Функции нескольких переменных.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.

9	Иная контактная работа.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	
10	Экзамен.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	
11	Неопределенный интеграл.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №2 по теме.
12	Определенный интеграл.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №2 по теме.
13	Несобственный интеграл.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы № 2 по теме.
14	Комплексные числа.	УК-2.1, УК-2.3	Тест.
15	Дифференциальные уравнения первого порядка.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №2 по теме.
16	Дифференциальные уравнения высших порядков.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №2 по теме.
17	Иная контактная работа.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	
18	Зачет.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	
19	Ряды.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №3 по теме.
20	Случайные события.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №3 по теме.
21	Случайные величины.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №3 по теме.
22	Элементы математической статистики.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №3 по теме.
23	Иная контактная работа.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	
24	Экзамен.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы текущего контроля успеваемости, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины

Для проверки сформированности индикаторов компетенций УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4:

Индивидуальные задания контрольных работ размещены: ЭИОС / СДО СПбГАСУ Moodle / Кафедры (https://moodle.spbgasu.ru/course/index.php?categoryid=8) / Математика / Высшая математика

Индивидуальные задания контрольной работы № 1 по темам размещены в Приложении.

Индивидуальные задания контрольной работы № 2 по темам размещены в Приложении.

Индивидуальные задания контрольной работы № 3 по темам размещены в Приложении.

7.3. Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) при проведении текущего контроля успеваемости

Оценка «отлично» (зачтено)	знания: - систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы; - точное использование научной терминологии, систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы; - полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой по дисциплине (модулю) умения: - умеет ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин навыки: - высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - владеет навыками самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации; - применяет теоретические знания для выбора методики выполнения заданий; - грамотно обосновывает ход решения задач; - безупречно владеет инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач; - творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активно участвует в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий
Оценка «хорошо» (зачтено)	знания: - достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине; - усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой по дисциплине (модулю) умения: - умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку; - использует научную терминологию, лингвистически и логически правильно излагает ответы на вопросы, умеет делать обоснованные выводы; - владеет инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач навыки: - самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий; - средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - без затруднений выбирает стандартную методику выполнения заданий; - обосновывает ход решения задач без затруднений

Оценка «удовлетворительно» (зачтено)	знания: - достаточный минимальный объем знаний по дисциплине; - усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой; - использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок умения: - умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку; - владеет инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач; - умеет под руководством преподавателя решать стандартные задачи навыки: - работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий; - достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - испытывает затруднения при обосновании алгоритма выполнения заданий
Оценка «неудовлетворительно» (не зачтено)	знания: - фрагментарные знания по дисциплине; - отказ от ответа (выполнения письменной работы); - знание отдельных источников, рекомендованных рабочей программой по дисциплине; умения: - не умеет использовать научную терминологию; - наличие грубых ошибок навыки: - низкий уровень культуры исполнения заданий; - низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - отсутствие навыков самостоятельной работы; - не может обосновать алгоритм выполнения заданий

7.4. Теоретические вопросы и практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

7.4.1. Теоретические вопросы для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примерные теоретические вопросы для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Экзамен -1 семестр (устно).

Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации:

1. Функция одного аргумента. Основные элементарные функции. Число е. Сложная и обратная функция.

2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.

3. Предел функции, два определения. Основные теоремы о пределах функции. Признаки существования предела.

4. Непрерывность функции, два определения. Свойства функций, непрерывных в замкнутом промежутке.

5. Сравнение бесконечно малых величин. Замечательные пределы. Выражение числа через предел.

6. Определение производной. Ее геометрический и физический смыслы. Уравнение касательной и нормали к плоской кривой. Теорема о необходимом условии дифференцируемости функции.

7. Основные правила дифференцирования.

8. Производные сложной, обратной и параметрически заданной функций.
9. Производные от степенной, показательной и логарифмической функций.
10. Производные от тригонометрических и обратных тригонометрических функций.
11. Теорема Ферма.
12. Теорема Ролля. Ее геометрический смысл. Следствие.
13. Теорема Лагранжа.
14. Теорема Коши.
15. Различные виды неопределенностей и их раскрытие с помощью правила Лопиталя.
16. Необходимые и достаточные условия монотонности функции.
17. Экстремумы функции. Необходимое условие существования экстремума функции. Достаточные условия max и min функции одного аргумента.
18. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
19. Асимптоты.
20. Дифференциал функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференциал длины дуги плоской кривой.
21. Функция нескольких переменных. Область ее определения в n-мерном Евклидовом пространстве и способы задания. Геометрическая трактовка. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
22. Частные производные функции нескольких переменных. Частные дифференциалы. Полный дифференциал.
23. Производная по направлению и ее связь с градиентом функции. Частные производные функции нескольких переменных как производные по направлению координатных осей.
24. Сложная функция нескольких переменных и ее производные - частная и полная.
25. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности. Геометрическая трактовка полного дифференциала функции двух переменных.
26. Производные высших порядков. Экстремумы функции нескольких переменных.
27. Необходимое условие экстремума функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных.
28. Достаточные условия экстремумов функции нескольких переменных.

Зачет - 2 семестр (собеседование).

Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации:

1. Первообразная и неопределённый интеграл, свойства.
2. Замена переменной в неопределённом интеграле.
3. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
4. Интегрирование простейших дробно-рациональных функций.
5. Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Тригонометрические подстановки.
6. Определенный интеграл: определение, свойства. Геометрический смысл.
7. Интеграл с переменным верхним пределом и его дифференцирование.
8. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Замена переменной в определённом интеграле.
10. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
11. Интегрирование четных и нечетных функций на симметричном интервале.
12. Геометрические приложения определённых интегралов: вычисление площади плоской фигуры.
13. Несобственные интегралы.
14. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
15. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
16. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.
17. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
18. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Свойства их решений. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
19. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с

постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Конструкция частного и общего решений неоднородного уравнения.

20. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка: метод вариации произвольных постоянных.

Экзамен - 3 семестр (устно).

Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации:

1. Числовые ряды: основные понятия и свойства рядов.
2. Первый признак сравнения сходимости знакоположительного числового ряда.
3. Второй признак сравнения сходимости знакоположительного числового ряда.
4. Признак Даламбера и радикальный признак сходимости знакоположительного числового ряда.
5. Интегральный признак сходимости знакоположительного числового ряда.
6. Знакочередующийся ряд. Абсолютная и условная сходимость. Достаточный признак сходимости знакочередующегося ряда.
7. Знакочередующийся ряд. Абсолютная и условная сходимость. Общий достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
8. Функциональный ряд и область его сходимости. Поиск интервала сходимости.
9. Степенной ряд. Теорема Абеля и ее следствия.
10. Разложение функции в ряд Тейлора. Теорема о сходимости ряда Тейлора к функции. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
11. Случайные события и их классификация.
12. Действия над событиями. Полная группа событий.
13. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения и сочетания.
14. Относительная частота и ее свойства. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
15. Теоремы сложения вероятностей для несовместных и совместных событий.
16. Теоремы умножения вероятностей. Несовместные и независимые события. Условная вероятность. Вероятность наступления хотя бы одного события.
17. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
18. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
19. Повторные испытания. Формула Пуассона.
20. Повторные испытания. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
21. Дискретные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины, правила его построения, многоугольник распределения
22. Функция распределения вероятностей дискретной случайной величины и ее свойства.
23. Числовые характеристики дискретной случайной величины и их свойства (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода).
24. Биномиальный закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
25. Геометрический закон распределения вероятностей дискретной случайной величины и его числовые характеристики.
26. Распределение Пуассона дискретной случайной величины и его числовые характеристики.
27. Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения вероятностей и ее свойства, график.
28. Дифференциальная функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины, ее свойства, кривая распределения.
29. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
30. Равномерный закон распределения непрерывной случайной величины и ее числовые характеристики.
31. Показательный закон распределения непрерывной случайной величины и ее числовые характеристики.
32. Нормальный закон распределения непрерывной случайной величины и ее числовые характеристики. Правило трёх сигм.

33. Понятие двумерной случайной величины. Закон распределения двумерной случайной величины.
34. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
35. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения.
36. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.
37. Предмет и задачи математической статистики.
38. Генеральная и выборочная совокупности. Методы отбора выборочной совокупности.
39. Эмпирическая функция распределения, ее свойства. Вариационный и статистический ряд.
40. Графическое изображение статистического распределения. Полигон и гистограмма относительных частот.
41. Числовые характеристики статистического распределения: генеральная и выборочная средняя, генеральная и выборочная дисперсия, генеральное и выборочное среднее квадратическое отклонение.

7.4.2. Практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Разноуровневые задания для проведения промежуточной аттестации размещены в Приложении.

7.4.3. Примерные темы курсовой работы (проекта) (при наличии)

Курсовые работы (проекты) учебным планом не предусмотрены.

7.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Процедура проведения промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости регламентируется локальным нормативным актом, определяющим порядок организации и проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Процедура оценивания формирования компетенций при проведении текущего контроля приведена в п. 7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы текущего контроля приведены в п. 7.2.

Итогом изучения дисциплины в 1 семестре является экзамен. Экзамен проводится по расписанию сессии. Форма проведения занятия – устная. В экзаменационный билет включено два теоретических вопроса и практическое задание, соответствующее содержанию формируемых компетенций.

Для подготовки по экзаменационному билету отводится 45 минут.

Итогом изучения дисциплины во 2 семестре является зачет. Зачет проводится на последнем по расписанию практическом занятии в семестре и выставляется по результатам текущей успеваемости обучающегося в семестре.

Для обучающихся, не аттестованных в течение семестра, проводится устное собеседование.

Итогом изучения дисциплины в 3 семестре является экзамен. Экзамен проводится по расписанию сессии. Форма проведения занятия – устная. В экзаменационный билет включено два теоретических вопроса и практическое задание, соответствующее содержанию формируемых компетенций.

Для подготовки по экзаменационному билету отводится 45 минут.

7.6. Критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

<table>
<tr><td rowspan="3">Критерии оценивания</td><td colspan="4">Уровень освоения и оценка</td></tr>
<tr><td>Оценка «неудовлетворительно»</td><td>Оценка «удовлетворительно»</td><td>Оценка «хорошо»</td><td>Оценка «отлично»</td></tr>
<tr><td>«не зачтено»</td><td colspan="3">«зачтено»</td></tr>
</table>

	Уровень освоения компетенции «недостаточный». Компетенции не сформированы. Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы	Уровень освоения компетенции «пороговый». Компетенции сформированы. Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	Уровень освоения компетенции «продвинутый». Компетенции сформированы. Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	Уровень освоения компетенции «высокий». Компетенции сформированы. Знания аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
знания	Обучающийся демонстрирует: -существенные пробелы в знаниях учебного материала; -допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; -непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета.	Обучающийся демонстрирует: -знания теоретического материала; -неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; -неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы.	Обучающийся демонстрирует: -знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - знания теоретического материала -способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; -правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы.	Обучающийся демонстрирует: -глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; -полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий, в рамках обсуждаемых заданий; -способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, -логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора.

умения	При выполнении практического задания билета обучающийся продемонстрировал недостаточный уровень умений. Практические задания не выполнены Обучающийся не отвечает на вопросы билета при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.	Обучающийся выполнил практическое задание билета с существенными неточностями. Допускаются ошибки в содержании ответа и решении практических заданий. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.	Обучающийся выполнил практическое задание билета с небольшими неточностями. Показал хорошие умения в рамках освоенного учебного материала. Предложенные практические задания решены с небольшими неточностями. Ответил на большинство дополнительных вопросов.	Обучающийся правильно выполнил практическое задание билета. Показал отличные умения в рамках освоенного учебного материала. Решает предложенные практические задания без ошибок Ответил на все дополнительные вопросы.
владение навыками	Не может выбрать методику выполнения заданий. Допускает грубые ошибки при выполнении заданий, нарушающие логику решения задач. Делает некорректные выводы. Не может обосновать алгоритм выполнения заданий.	Испытывает затруднения по выбору методики выполнения заданий. Допускает ошибки при выполнении заданий, нарушения логики решения задач. Испытывает затруднения с формулированием корректных выводов. Испытывает затруднения при обосновании алгоритма выполнения заданий.	Без затруднений выбирает стандартную методику выполнения заданий. Допускает ошибки при выполнении заданий, не нарушающие логику решения задач Делает корректные выводы по результатам решения задачи. Обосновывает ход решения задач без затруднений.	Применяет теоретические знания для выбора методики выполнения заданий. Не допускает ошибок при выполнении заданий. Самостоятельно анализирует результаты выполнения заданий. Грамотно обосновывает ход решения задач.

Оценка по дисциплине зависит от уровня сформированности компетенций, закрепленных за дисциплиной, и представляет собой среднее арифметическое от выставленных оценок по отдельным результатам обучения (знания, умения, владение навыками).

Оценка «отлично»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 4,5 до 5,0.

Оценка «хорошо»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 3,5 до 4,4.

Оценка «удовлетворительно»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 2,5 до 3,4.

Оценка «неудовлетворительно»/«не зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 0 до 2,4.

8. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

8.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

№ п/п	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы	Количество экземпляров/электронный адрес ЭБС
Основная литература		
1	Кремер Н. Ш., Фридман М. Н., Путко Б. А., Тришин И. М., Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1, Москва: Издательство Юрайт, 2019	https://urait.ru/bcode/436490
2	Гмурман В. Е., Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике, Москва: Юрайт, 2020	https://urait.ru/bcode/449645
3	Натансон И. П., Краткий курс высшей математики, Санкт-Петербург: Лань, 2021	https://e.lanbook.com/book/167767
4	Кремер Н. Ш., Теория вероятностей и математическая статистика, Москва: Юрайт, 2022	https://urait.ru/bcode/495110
Дополнительная литература		
1	Башмакова И. Б., Кораблёва И. И., Прасникова С. С., Ряды, Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015	http://www.iprbookshop.ru/49964.html
2	Бугров Я. С., Никольский С. М., Высшая математика в 3 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисление в 2 кн. Книга 2, Москва: Юрайт, 2022	https://urait.ru/bcode/491316
3	Кацман Ю. Я., Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями, Москва: Юрайт, 2022	https://urait.ru/bcode/490304
4	Абрамян М. Э., Лекции по интегральному исчислению функций одной переменной и теории рядов, Ростов-на-Дону, Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2021	https://www.iprbookshop.ru/117154.html
5	Караказьян С. А., Соловьева О. В., Предел и непрерывность функции одного аргумента, СПб., 2013	http://ntb.spbgasu.ru/elib/00453/
6	Морозова Л. Е., Смирнова В. Б., Векторная алгебра, СПб., 2014	http://ntb.spbgasu.ru/elib/00516/
7	Морозова Л. Е., Полякова О. Р., Линейная алгебра, СПб., 2014	http://ntb.spbgasu.ru/elib/00528/
8	Красоленко Г. В., Сванидзе Н. В., Якунина Г. В., Аналитическая геометрия. Векторная алгебра. Теория пределов, СПб., 2014	http://ntb.spbgasu.ru/elib/00537/
9	Башмакова И. Б., Кораблева И. И., Прасникова С. С., Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Обыкновенные дифференциальные уравнения, СПб., 2013	http://ntb.spbgasu.ru/elib/00548/
10	Пискунов Н. С., Дифференциальное и интегральное исчисления, Екатеринбург: ИП Григорович И. А., 2011	285
Учебно-методическая литература		
1	Красоленко Г. В., Сванидзе Н. В., Якунина Г. В., Ершов Е. К., Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды, СПб., 2012	http://ntb.spbgasu.ru/elib/00346/

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса

Теоретическая подготовка_Высшая математика_Математика, 1 семестр	https://moodle.spbgasu.ru/enrol/index.php?id=467
Теоретическая подготовка_Высшая математика_Математика, 2 семестр	https://moodle.spbgasu.ru/enrol/index.php?id=253
Теоретическая подготовка_ Высшая математика_Математика, 3 семестр	https://moodle.spbgasu.ru/enrol/index.php?id=920

8.3. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

Наименование	Электронный адрес ресурса
Образовательные интернет-ресурсы СПбГАСУ	https://www.spbgasu.ru/university/obrazovatelnye-internet-resursy/
Электронно-библиотечная система издательства "IPRsmart"	http://www.iprbookshop.ru/
Электронно-библиотечная система издательства "ЮРАЙТ"	https://www.biblio-online.ru/
Электронно-библиотечная система издательства "Лань"	https://e.lanbook.com/
Электронная библиотека Ирбис 64	http://ntb.spbgasu.ru/irbis64r_plus/
Система дистанционного обучения СПбГАСУ Moodle	https://moodle.spbgasu.ru/

8.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

Наименование	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
Math Cad версия 15	Сублицензионное соглашение на использование продуктов "PTC" с ООО"Софт Лоджистик" договор №20716/SPB9 2010 г. Лицензия бессрочная
LibreOffice	Свободно распространяемое

8.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Сведения об оснащенности учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы

Наименование учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность оборудованием и техническими средствами обучения
07. Учебные аудитории для проведения лекционных занятий	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, комплект мультимедийного оборудования (персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, аудиосистема), доска, экран, комплект учебной мебели, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Интернет
07. Учебные аудитории для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Комплект мультимедийного оборудования (персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, аудиосистема), доска, комплект учебной мебели, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Интернет
07. Компьютерный класс	Рабочие места с ПК (стол компьютерный, системный блок, монитор, клавиатура, мышь), стол рабочий, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Internet.

07. Помещения для самостоятельной работы	Помещение для самостоятельной работы (читальный зал библиотеки, ауд. 217): ПК-23 шт., в т.ч. 1 шт.- ПК для лиц с ОВЗ (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду СПбГАСУ.

Для инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются специальные условия для получения образования в соответствии с требованиями нормативно-правовых документов.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника (приказ Минобрнауки России от 17.08.2020 № 1046).

Программу составил:
Ст. препод., Каракazьян С.А.

Программа обсуждена и рекомендована на заседании кафедры Математики
30.01.2024, протокол № 4
Заведующий кафедрой к.ф.-м.н. Рябикова Т.В.

Программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии факультета
06.02.2024, протокол № 4.
Председатель УМК к.т.н., доцент Зазыкин А.В.

Приложения

ВАРИАНТ 1

1. Составить уравнения сторон треугольника ABC, зная две его вершины $A(3;4), B(1;1)$ и точку пересечения медиан $M(1;2)$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2 - 3x + 10y + 16 = 0$;

б) $2x^2 + 5y^2 - 4x + 15y - 17{,}75 = 0$;

в) $x^2 - 4y^2 - 2x + 8y - 7 = 0$.

3. Дана парабола $x^2 - 10x - 4y = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через ее вершину параллельно прямой $y = x - 1$.

4. Найти угол между асимптотой гиперболы $x^2 - y^2 = 32$, проходящей через I и III квадранты, и прямой, соединяющий фокус параболы $x^2 + 16y = 0$ и центр окружности $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;2;1), B(3;1;2), C(-1;-1;2)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{4}$ и перпендикулярной плоскости $3x + y - z + 2 = 0$.

7. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;0;-1), B(1;2;-4), C(0;7;-2)$.

ВАРИАНТ 2

1. Найти вершины равнобедренного треугольника, если даны вершина прямого угла $A(3;1)$ и уравнение гипотенузы $3x - y + 2 = 0$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 + 8x - 2y + 14 = 0;$

б) $x^2 - 9y^2 + 4x + 36y - 41 = 0;$

в) $x^2 + 6x + y^2 + 4y - 3 = 0.$

3. Эллипс касается оси абсцисс в точке $A(3;0)$ и оси ординат в точке $B(0;-4)$. Составить уравнение этого эллипса, зная, что его оси симметрии параллельны координатным осям.

4. Написать уравнение окружности с центром в фокусе параболы $y^2 + 4x = 0$ и радиусом, равным фокусному расстоянию гиперболы $7x^2 - 9y^2 - 63 = 0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;5;-1), B(2;4;2), C(5;3;0)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $A(1;1;0), B(2;0;3), C(0;-1;2)$.

7. Найти угол между прямой $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+5}{3}$ и плоскостью $2x + 3y - 1{,}5z = 7$.

ВАРИАНТ 3

1. Даны уравнения двух сторон параллелограмма: $x+y-1=0$ и $3x-y+4=0$ и точка пересечения его диагоналей $(3;3)$. Найти уравнения двух других сторон.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2-2x+4y+2=0$;

б) $4x^2+8x+4y^2-20=0$;

в) $x^2-3y^2+6x-12y-39=0$.

3. Расстояния одного из фокусов эллипса до концов его большой оси соответственно равны 7 и 1. Составить уравнение этого эллипса.

4. Найти точку, симметричную центру окружности $x^2+y^2+4x-8y-19=0$ относительно прямой, соединяющей правый фокус гиперболы $x^2-3y^2-3=0$ с фокусом параболы $x^2+16y=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;3;4), B(2;2;-1), C(-1;0;2)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;3;-5)$ параллельно прямой $\begin{cases} 3x-y+2z-9=0 \\ x+3y-2z+3=0 \end{cases}$.

7. Составить уравнение плоскости , в которой лежат прямые $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{0}$ и $\begin{cases} x=t-2 \\ y=t+3 \\ z=2t-1 \end{cases}$.

ВАРИАНТ 4

1. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(5;2)$ на расстоянии 4 единиц от точки $B(-3;1)$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 - 2y^2 - 4x - 4y - 2 = 0;$

б) $x^2 - 2x + y^2 + y - 4 = 0;$

в) $x^2 + 2x + 2y - 5 = 0.$

3. Найти расстояние от левого фокуса эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ до центра окружности $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$.

4. Написать уравнения прямых, проходящих через вершину параболы $y^2 - 4y - 8x - 4 = 0$ и параллельных асимптотам гиперболы $x^2 - 9y^2 = 16$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;1;1), B(2;1;0), C(-1;5;6)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Доказать параллельность прямых:

$$\begin{cases} x = 2t + 5 \\ y = -t + 2 \\ z = t - 7 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0 \\ x - y - 3z - 2 = 0 \end{cases}.$$

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;-1;1)$ и параллельной прямым:

$$\frac{x-2}{0} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{1} \text{ и } \begin{cases} x = 2t - 2 \\ y = t + 1 \\ z = 4 \end{cases}.$$

ВАРИАНТ 5

1. Две стороны параллелограмма заданы уравнениями $y = x - 2$ и $5y = x + 6$. Диагонали его пересекаются в начале координат. Написать уравнения двух других сторон и диагоналей параллелограмма.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 - y^2 - 4x + 2y + 2 = 0$;

б) $9x^2 + 16y^2 + 90x + 32y - 376 = 0$;

в) $x^2 + 3y - 6x = -3$.

3. Найти каноническое уравнение гиперболы, если ее асимптоты заданы уравнениями $y = \pm\frac{5}{12}x$, а один из фокусов находится в точке $(-13;0)$.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $y^2 - 8x = 0$, параллельно прямой, соединяющей левый фокус и нижнюю вершину эллипса $x^2 + 10y^2 = 10$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;1;-1), B(2;1;0), C(1;2;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти угол между прямой $\begin{cases} 3x - 2y + z + 3 = 0 \\ 4x - 3y + 4z + 1 = 0 \end{cases}$

и плоскостью $2x - y + 5z - 2 = 0$.

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $A(2;-1;3), B(-1;0;2), C(-2;1;3)$.

ВАРИАНТ 6

1. Найти точку B, симметричную точке $A(8;12)$ относительно прямой $x-2y+6=0$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3y^2+5x+6y=-13$;

б) $x^2+2y^2-8x-4y=0$;

в) $x^2-y^2+2x+4y=4$.

3. Написать уравнение равнобочной гиперболы, один из фокусов которой совпадает с центром окружности $x^2+y^2-12x=0$.

4. Вывести уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $y^2-8x=0$, перпендикулярно прямой, проходящей через левый фокус эллипса $x^2+10y^2=10$ и центр окружности $x^2+y^2+2y=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;2;1), B(1;2;3), C(0;1;2)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти проекцию точки $P(2;-1;3)$ на плоскость $4x-3y+2z-5=0$.

7 . Написать уравнение прямой, параллельной прямой

$$\begin{cases} x=2t+3 \\ y=t-4 \\ z=-t+2 \end{cases}$$

и проходящей через точку пересечения прямых

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-2t-1 \end{cases}.$$

ВАРИАНТ 7

1. Середины сторон треугольника находятся в точках $(1;2)$, $(7;4)$ и $(3;-4)$. Найти уравнение сторон.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $2x^2+3y^2+4x-12y=-8$;

б) $7y^2+3x-28y+10=0$;

в) $x^2-y^2+4x-6y-9=0$.

3. Найти каноническое уравнение гиперболы, асимптотами которой являются прямые линии $y=\pm x$, а фокусы совпадают с фокусами эллипса $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{28}=1$.

4. Написать уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $x^2+20y=0$ и центр окружности $x^2+y^2-2x=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;1;-1)$, $B(2;0;1)$, $C(1;1;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти угол между прямыми:

$$\begin{cases} x-y+z-4=0 \\ 2x+y-2z+5=0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x+y+z-4=0 \\ 2x+3y-z-6=0 \end{cases}.$$

7. Найти проекцию точки $P(5;2;-1)$ на плоскость $2x-y+3z+23=0$.

ВАРИАНТ 8

1. Даны координаты двух вершин ромба $A(0;2)$ и $B(4;0)$ и уравнение диагонали $x+y-4=0$. Найти координаты остальных вершин.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3x^2-4y^2+12x+8y-4=0$;

б) $5x^2+4y^2+16y-36=0$;

в) $y^2+4y+2x=0$.

3. Составить уравнение окружности, проходящей через начало координат, если ее центр совпадает с левым фокусом эллипса

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1.$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $y^2=-12x$ параллельно той асимптоте гиперболы $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{144}=1$, которая проходит через II и IV квадранты.

5. Найти скалярное $\left(\overline{AB},\overline{AC}\right)$ и векторное $\left[\overline{AB},\overline{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;1;-1), B(1;0;2), C(3;2;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Определить косинус угла между прямыми

$$\begin{cases} x-y-4z-5=0 \\ 2x+y-2z-4=0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x-6y-6z+2=0 \\ 2x+2y+9z-1=0 \end{cases}$$

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $P(4;-3;1)$ и параллельной прямым $\frac{x}{6}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-3}$ и $\frac{x+1}{5}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{2}$.

ВАРИАНТ 9

1. На прямой $x+3y=9$ найти точку, равноудаленную от начала координат и от прямой $x+3y-2=0$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2+2y^2-2x+8y+5=0$;

б) $y^2+18x-14y-29=0$;

в) $2x^2-y^2+12x+2y+15=0$.

3. Найти уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $y^2+16x=0$ и центр окружности $x^2+y^2=8y$. Сделать чертеж.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через правый фокус эллипса $16x^2+25y^2=400$ параллельно той асимптоте гиперболы $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$, которая проходит через II и IV квадранты.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;2;-1), B(0;1;0), C(-1;1;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти угол между плоскостями $4x-5y+3z-1=0$ и $x-4y-z+9=0$.

7. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $(0;1;-3)$ и параллельной прямой $\begin{cases}2x+3y+z-6=0\\4x-5y-z+2=0\end{cases}$.

ВАРИАНТ 10

1. Найти уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин $(3;4)$ и уравнения двух высот $7x-2y=1$ и $2x-7y=6$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2+x-4y+2=0$;

б) $x^2+6x+y^2+4y-3=0$;

в) $y^2-8y+3x^2+6x-17=0$.

3. Найти острый угол между прямой, соединяющей правый фокус эллипса $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{28}=1$ с точкой $A(0;4)$ и асимптотой гиперболы $x^2-y^2=72$, проходящей в I и III координатных углах.

4. Составить каноническое уравнение параболы с вершиной в точке $A(1;1)$ и директрисой $x+4=0$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ и векторное $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;1;-1), B(2;1;-1), C(-1;0;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат параллельно плоскости $5x-3y+2z-3=0$.

7. Показать, что прямая $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{3}$ параллельна плоскости $2x+y-z=0$.

ВАРИАНТ 11

1. Даны координаты вершин ромба $C(2;4)$ и $D(-2;6)$ и уравнение одной диагонали $x-y+2=0$. Найти уравнения сторон.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2-8x-3y+19=0$;

б) $x^2+4y^2-8y-8=0$;

в) $4x^2-y^2+6y-13=0$.

3. Найти острый угол между директрисой параболы $y^2+16x=0$ и прямой, соединяющей левый фокус гиперболы $x^2-y^2=8$ с центром окружности $x^2+y^2-4x+10y-7=0$.

4. Найти каноническое уравнение эллипса, если его малая полуось равна радиусу окружности $x^2+y^2=2y$, а правый фокус совпадает с центром другой окружности $x^2+y^2-6x-16=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;1;1), B(2;3;4), C(3;2;3)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(3;-1;2)$, $M_2(4;-1;-1)$ и $M_3(2;0;2)$.

7. Найти угол между прямыми

$$\frac{x+2}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{-1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x=2t-1 \\ y=-t+2 \\ z=t+4 \end{cases}.$$

ВАРИАНТ I2

1. В треугольнике ABC даны: уравнение стороны $AB: 3x+2y=12$, уравнение высоты $BK: x+2y=4$, уравнение высоты $AL: 4x+y=6$. Написать уравнения сторон AC, BC и третьей высоты.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $2x^2+3y^2+4x-12y=-8$;

б) $y^2-6x+14y+49=0$;

в) $4x^2-9y^2+16x+18y-29=0$.

3. Найти каноническое уравнение эллипса, проходящего через точку $M(8;0)$, если один из его фокусов находится в точке $A(-6;0)$.

4. Через центр окружности $x^2+y^2-6x+4y-3=0$ провести прямую, параллельную прямой, соединяющей фокус параболы $x^2-4y=0$ и левый фокус гиперболы $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;0;2), B(2;1;-1), C(-1;1;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Доказать перпендикулярность прямых

$$\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{3} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 3x+y-5z+1=0 \\ 2x+3y-8z+3=0 \end{cases}.$$

7. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2;-1;1)$ перпендикулярно двум плоскостям $2x-z+1=0$ и $y=0$.

ВАРИАНТ 13

1. Найти уравнение прямой, лежащей посередине между прямыми $3x+2y=5$ и $6x+4y+3=0$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $4x^2-9y^2+16x+54y=101$;

б) $3x^2+5y+6x+13=0$;

в) $2x^2-4x+2y^2-8y=15$.

3. Найти каноническое уравнение эллипса, если его эксцентриситет равен $\frac{3}{4}$ и эллипс проходит через точку $M\left(4\sqrt{2};\sqrt{14}\right)$.

4. Найти проекцию левого фокуса гиперболы $x^2-y^2=72$ на прямую, соединяющую фокус параболы $x^2+16y=0$ с центром окружности $x^2+y^2=4x$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;-1;1), B(3;2;1), C(-2;3;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти тупой угол между прямыми: $\begin{cases} x=3t-2 \\ y=0 \\ z=-t+3 \end{cases}$ и $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=0 \\ z=t-3 \end{cases}$.

7. Написать уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(3;1;-2)$ и через прямую $\frac{x-1}{5}=\frac{y-3}{2}=\frac{z}{1}$.

ВАРИАНТ I4

1. Даны точки $A(-2;0)$ и $B(2;-2)$. На отрезке OA, где $O(0;0)$, построен параллелограмм $OACD$, диагонали которого пересекаются в точке B. Написать уравнение сторон и диагоналей параллелограмма и найти угол CAD.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3x^2+4y^2-18x+8y=5$;

б) $y^2-2x+4y+2=0$;

в) $3x^2-2y^2-6x-3=0$.

3. Составить каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой лежат в вершинах, а вершины в фокусах эллипса $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$.

4. Найти расстояние от фокуса параболы $x^2+20y=0$ до прямой, соединяющей центр окружности $x^2+y^2=2x$ с точкой $A(0;5)$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ и векторное $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;1;-1), B(0;2;3), C(-1;0;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти проекцию точки $P(1;-2;1)$ на плоскость $x-2y+3z-5=0$.

7. Написать уравнение прямой, параллельной прямой $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{-1}$ и пересекающей плоскость $x-3y+z=7$ в той же точке, что ось OX.

ВАРИАНТ I5

1. Найти точку, симметричную точке (5;7) относительно прямой $x+2y=4$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2-4x-8y=12$;

б) $4x^2-y^2+8x+2y-1=0$;

в) $2x^2+6x+3y^2-12y+2{,}25=0$.

3. Составить каноническое уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $e=5/4$ и один из фокусов $F(5;0)$.

4. Через фокус параболы $x^2-16y=0$ провести прямую, перпендикулярно прямой, проходящей через центр окружности $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ и левый фокус эллипса $4x^2+13y^2=52$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;5;-1), B(3;4;2), C(1;2;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти угол между плоскостями: $4x-3y+2z-1=0$ и $x+2y-2z-3=0$.

7. Написать уравнение прямой, параллельной прямой $\begin{cases} x=-2t-1 \\ y=t+4 \\ z=-t+1 \end{cases}$ и проходящей через точку пересечения прямой $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$ с плоскостью $x-y-2z+4=0$.

ВАРИАНТ 16

1. Даны две противоположные вершины квадрата $A(-5;2)$ и $C(3;-4)$. Составить уравнения его сторон.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 - 4x + 8y = 12$;

б) $5x^2 + 9y^2 + 30x + 18y + 9 = 0$;

в) $3x^2 + 15x - 3y^2 - 6y = 6{,}75$.

3. Найти каноническое уравнение эллипса, если его эксцентриситет равен $\frac{4}{5}$ и малая полуось равна 6 .

4. Найти расстояние от фокуса параболы $y^2 + 4x = 0$ до прямой, проходящей через центр окружности $x^2 + y^2 - 4y = 0$ параллельно прямой, соединяющей точки $A(1;3)$ и $B(-3;5)$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;1;2)$, $B(2;3;3)$, $C(1;2;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти угол между плоскостями $x - 2y + 4z = 5$ и $2x + 4y - 3z = 2$.

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;2;-3)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{3}$; $\frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}$.

ВАРИАНТ 17

1. В равнобедренном треугольнике известны: уравнение основания $x-2y+3=0$; уравнение одной из боковых сторон $4x+y+5=0$; точка $(\frac{6}{5};\frac{28}{5})$ на другой боковой стороне. Найти расстояние боковой стороны от противолежащей вершины.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2+x-4y+2=0$;

б) $x^2+16y^2-6x+96y+137=0$;

в) $\mathrm{x}^2-y^2-4x-6y-21=0$..

3. Через центр окружности $x^2-6x+y^2-10=0$ провести прямую, параллельную той асимптоте гиперболы $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$, которая проходит через второй и четвертый квадранты.

4. Найти точку, симметричную с центром окружности $x^2+y^2+4x+8y+19=0$ относительно прямой, соединяющей левый фокус эллипса $x^2+5y^2-5=0$ с фокусом параболы $x^2+8y=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;5;-1), B(3;4;2), C(1;2;-1)$ заданы в декартовой системе координат

6. Составить уравнение прямой, проходящей через точки пересечения плоскости $x-y+z=1$ с прямыми $x=y=2(z+1)$, $3(x-1)=2y=z$.

7. Написать уравнение прямой, перпендикулярной плоскости $2x-3y+4z=10$ и пересекающей ее в точке с абсциссой 2 и ординатой 4.

ВАРИАНТ 18

1. Даны две вершины треугольника $A(2;-3)$ и $B(5;1)$, уравнения стороны BC $x+2y=7$ и медианы AM $5x-y=13$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины C на сторону AB, и вычислить ее длину.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3x^2+4y^2-18x-8y-5=0$;

б) $3x^2-18x-3y=0$;

в) $4x^2-16x-4y^2+8y+11=0$. .

3. Составить каноническое уравнение параболы, если известно уравнение ее директрисы $x-7=0$ и фокус $F(-7;0)$.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через центр окружности $x^2+y^2-6x+4y-3=0$ параллельно прямой, соединяющей фокус параболы $x^2-4y=0$ с левым фокусом гиперболы $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;2;1), B(1;2;3), C(0;1;2)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Точка $P(1;2;-3)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

7. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $N(5;-1;-3)$

и параллельной прямой $\begin{cases} 2x+3y+z-6=0 \\ 4x-5y-z+2=0 \end{cases}$.

ВАРИАНТ 19

1. В прямоугольном треугольнике даны уравнения катета $2x - y - 5 = 0$, уравнение высоты, опущенной из прямого угла $x - y - 3 = 0$, и вершина $(-4;2)$. Найти другие вершины.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 - 2y^2 - 4x - 4y = 2$;

б) $x^2 + 4x - 8y - 5 = 0$;

в) $3x^2 + 9x + y^2 - 4y - 1{,}25 = 0$.

3. Найти уравнения прямой, параллельной прямой, проходящей через фокус параболы $y^2 + 4x = 0$ и центр окружности $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 3 = 0$.

4. Найти каноническое уравнение эллипса, фокусы которого совпадают с вершинами гиперболы $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$, а вершины находятся в фокусах этой гиперболы.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;-1;0)$, $B(2;3;4)$, $C(3;0;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Точка $P(2;-1;-1)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

7. Проверить, что прямые $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-1}{-1}$ и $\begin{cases} x = 4t + 2 \\ y = -2t \\ z = 8t + 7 \end{cases}$ перпендикулярны.

ВАРИАНТ 20

1. Даны уравнения боковых сторон равнобедренного треугольника $2x - y + 8 = 0$ и $x - 2y = 12$ и точка (4;0) на основании. Найти уравнение основания.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2 + 4x + 2y - 7 = 0$;

б) $16x^2 + 4y^2 + 32x + 16y - 32 = 0$;

в) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$.

3. Через левый фокус эллипса $x^2 + 10y^2 = 10$ провести прямую, перпендикулярную асимптоте гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, проходящей через I и III квадранты.

4. Парабола симметрична относительно оси X, вершина ее помещается в точке $(-5;0)$, и на оси ординат она отсекает хорду, длина которой $l = 12$. Написать уравнение этой параболы.

5. Найти скалярное $(\vec{A}B, \vec{A}C)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;2;1)$, $B(4;3;0)$, $C(2;-1;5)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Определить угол между прямыми $\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ x + z = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x + y - 4z = 1 \\ -x + 5y + z = 2 \end{cases}$.

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ и точку $(1;1;-2)$.

ВАРИАНТ 36

1. Через точку $(1;2)$ провести прямую, расстояния которой до точек $(2;3)$ и $(4;-5)$ были бы одинаковы.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3y^2+5x+12y=13$;

б) $x^2-4y^2-2x-16y-31=0$;

в) $x^2+y^2+2x+4y=4$.

3. Написать уравнение параболы с директрисой $y=-8$, фокус которой находится в точке $(0;2)$.

4. Написать уравнение прямой, проходящей через верхнюю вершину эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$, перпендикулярно прямой, проходящей через фокус параболы $y^2-12x=0$ и центр окружности $x^2+y^2+2x-2y=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;2;1), B(3;2;3), C(0;1;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;-2;1)$ перпендикулярно прямой $\begin{cases} x-2y+z-3=0 \\ x+y-z+2=0 \end{cases}$.

7. Написать уравнение линии пересечения двух плоскостей $\begin{cases} 2(x-1)-3y+7(z+1)=0 \\ (x-1)+2y-2(z+1)=0 \end{cases}$ в параметрическом виде.

Вариант №1.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+5n+4}{2n^3+6n^2+3};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-2}{\sqrt{x^8+3x+4}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to\pi/2}\frac{\cos x}{(\pi-2x)(1-4x)};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x}\cdot tg(3\sqrt{x})}{2^{1+x}-2}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\ln(x^2-3x+1);\quad \beta(x)=(x-3)(\sqrt{x+1}-2);\quad x_0=3.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-x \text{ при } x\le 0\\ x^2 \text{ при } 0<x<1\\ 2 \text{ при } x\ge 1.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x^3}{x-2}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №2

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^4+7n^3+8}{3n^2+2n+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+\sqrt{x^3+2}}{x^2-x+1}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-9}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}(\sqrt{5x^2+8x+3}-\sqrt{3x^2+4x+3}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos 5x)(2+x^2)}{x^2};$$

б) $$\lim_{x\to 1}\frac{\ln(1+x)(\sin x-\sin 1)}{\sin x\ln x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=e^{x^2+2x}-e^3;\quad \beta(x)=\sqrt[3]{5x-4}-1;\quad x_0=1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-x^2 \ \text{при}\ x\le 0\\ 2-x\ \text{при}\ 0<x\le 2\\ 0\ \text{при}\ x>2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=5^{\frac{1}{x-3}}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №3

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{6n^5+7n^4+3}{7n^6+5n^2+4};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}.$$

2) Найти пределы функции:

а) $$\lim_{x\to-2}\frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}x(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to x_0}\frac{tgx-tgx_0}{x-x_0};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[5]{(1+x)^3}-1}{x\ln(1+x^2)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=3^x-3^{x^2-2};\quad \beta(x)=x^2+3x+2;\quad x_0=-1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}2-x\ при\ x<0\\ x^2+1\ при\ 0\le x<1\\ 3-x\ при\ x\ge 1.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}.$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №4

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{4n^3+2n^2+n}{3n^3+2n+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x^2+x}}{x+2}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}-\sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2-a^2}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(x+\sqrt[3]{1-x^3}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to\pi/4}\frac{\sin x-\cos x}{\pi-4x};$$

б) $$\lim_{x\to0}\frac{e^{\sin 2x}-e^{\sin 4x}}{\sqrt[3]{1+x^2}-\sqrt[3]{1-x}}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt{5+x}-\sqrt{5-x};\quad \beta(x)=\ln(x^2+4x+1);\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}x+1\ \text{при}\ x\le 0\\(x-1)^2\ \text{при}\ 0<x\le 2\\3\ \text{при}\ x>2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=e^{\frac{1}{2-x}}$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №5

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x};$$

б) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2+3n+2}{6n^4+2n+1}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{x}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to -2}\frac{(2x^2+5x+2)tg(x+2)}{\cos x-\cos 2};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{5^x-5^{x^2}}{(1-e^x)\sin 3x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt[5]{1+8x}-1;\quad \beta(x)=\ln(3x+1);\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x+1 \; при \; x<0 \\ x^3 \; при \; 0\le x<1 \\ -2x+4 \; при \; x>2. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{x^2}{(x-2)^2}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №6

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^8-8n+1}{8n^3+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x}}{\sqrt[3]{x^3-2x^2}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{1-x+x^2}}{x^2-x};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}x(\sqrt{x^2+1}-x).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to0}\frac{(1-\cos5x)\arcsin x}{1-\cos3x};$$

б) $$\lim_{x\to2}\frac{\ln(3-x)(2^{\sin x}-2^{\sin2})}{(x-2)\ln(3+x^2-3x)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt[5]{x+1}-\sqrt[5]{1-5x};\quad \beta(x)=\sin x(\sqrt{1+2x}-1);\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}3+x \text{ при } x\le-1\\ x^2+1 \text{ при } -1<x<1\\ x \text{ при } x\ge1.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x^2+8}{x-4}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №7

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{10^6 n}{n^2+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{2x+1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{4+x+x^2}-2}{x+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^3+x+1}-\sqrt{x^3-x+1}\right).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{tgx-\sin x}{x^3};$$

б) $$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2+x}}{3^{x^2+1}-9}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=(x+3)\ln(2-x);\quad \beta(x)=\sqrt[3]{3x-2}-1;\quad x_0=1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x+2 \ \text{при} \ x<1 \\ \sqrt{x} \ \text{при} \ 1\le x\le 4 \\ -x+6 \ \text{при} \ x>4. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $\quad y(x)=2^{1/x}$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №8

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+5}{2n^2+3n+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{6x^4}}{\sqrt{3x^2+1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{1+x+x^2}-\sqrt{7+2x-x^2}}{x^2-2x};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}((x+1)^{2/3}-(x-1)^{2/3}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x\sin x)}{(2^x+1)tgx^2};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{8^x-7^x}{6^x-5^x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=1-2\cos x;\quad \beta(x)=tg(x-\frac{\pi}{3});\quad x_0=\frac{\pi}{3}.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x+3\ \text{при}\ x\le 0 \\ \sqrt{x}\ \text{при}\ 0<x<1 \\ \frac{1}{x}\ \text{при}\ x\ge 1. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{2}{x^2-4}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №9

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^3+2n+1}{(n+1)(n^2+1)^2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2x^2+1}}{\sqrt[3]{2x^3-1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[4]{x}-1}{x-1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(x^{4/3}-(x^2-1)^{2/3}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+2)-\ln 2}{x};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[5]{1+2x}-1}{(e^x+1)tg3x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sin x-\sin 2;\quad \beta(x)=2x^2-5x+2;\quad x_0=2.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}\sin x \text{ } при \text{ } x\le \pi/2\\ 1 \text{ } при \text{ } \pi/2<x<4\\ x-4 \text{ } при \text{ } x\ge 4.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{x-1}{x(x+2)}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №10

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2+10}{(n+2)(n^3+1)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{3x+1}+\sqrt[3]{x^4}}{\sqrt{3x^2+1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 9}\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{3x-2}-5};$$

б) $$\lim_{x\to\infty} x^{4/3}(\sqrt[3]{x^2+1}-\sqrt[3]{x^2-1}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\cos x}{\ln(1+x^2)};$$

б) $$\lim_{x\to 3}\frac{e^{x^2+x}-e^{4x}}{\sqrt[4]{1+2x}-\sqrt[4]{10-x}}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=x\sin 2x;\quad \beta(x)=\sqrt{3x+1}-1;\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}\cos x \text{ } при \text{ } x\le 0\\ 1-x \text{ } при \text{ } 0<x<2\\ 1 \text{ } при \text{ } x\ge 2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{\sin x}{x}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №11

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^3+9n^2+4}{(n+1)^3(n\ \ +2)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[4]{x^4+3x^2}}{\sqrt[3]{x^3+10}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x+1}-1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(x+1)-\cos(5x+1)}{\ln(1+x)-\ln(2x+1)};$$

б) $$\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt[5]{3x+5}-2}{(3-\sqrt{x})\sin(x-9)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=tg(x^2+2x-3);\quad \beta(x)=(e^{x^2}+1)(e^{7x^2}-e^{2x+5});\quad x_0=1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}\cos x\ \textit{при}\ x<0\\ (1-x)^2\ \textit{при}\ 0\le x\le 2\\ 0\ \textit{при}\ x>2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{x}{(x+3)(x-8)}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №12

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+4)^2(n+3)^2}{(2n+1)^3(3n+1)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-4}{\sqrt{x^4+1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x^2+1}-1}{x^3+x^2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}(\sqrt{6x^2+1}-\sqrt{5x^2-4x}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[7]{x+1}-1}{(2^x+3)\ tgx};$$

б) $$\lim_{x\to 1}\frac{\sin(e^{x-1}-1)}{\ln x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sin(3x+1)-\sin(x^2+3);\quad \beta(x)=3^{2x-1}-27;\quad x_0=2.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x^2+1 \text{ } при \ x\le 0 \\ \cos x \text{ } при \ 0<x\le\pi/2 \\ x \text{ } при \ x>\pi/2. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=6^{\frac{1}{5-x}}$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №13

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^7+8n^6+2n^2+1}{(n+1)^4(2n^2+1)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[5]{x^5+2x}+\sqrt[3]{x^3+1}}{x+\sqrt[3]{x}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt[3]{2x+1}+1}{\sqrt[3]{x+2}+x};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(x-\sqrt{x^2+ax+b}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos^3 x}{x\sin x};$$

б) $$\lim_{x\to3}\frac{\ln(x-2)\arcsin(x-3)}{\ln\cos(x-3)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=e^{x+1}-e^{\sqrt{x+1}};\quad \beta(x)=\sqrt{\sin x};\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-x \text{ } при \text{ } x\le 0\\ \sin x \text{ } при \text{ } 0<x\le\pi\\ x-2 \text{ } при \text{ } x>\pi.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=x+\frac{2}{x^2}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №14

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3(n\ \ +1)^2}{5n^4+4n^3+3n};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{10+x\sqrt[3]{x}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+a^2}-\sqrt{x^2+b^2}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 2}\frac{\ln(2x^2+4x-15)}{x^2+3x-10};$$

б) $$\lim_{x\to\pi/4}\frac{\sqrt{2}\cos x-1}{1-tg^2x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt{3x+1}-1;\quad \beta(x)=\sin 3x+\sin 7x;\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}0\ при\ x\le 0\\ tgx\ при\ -0<x<\pi/2\\ x-1\ при\ x\ge\pi/2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{x^2}{x+3}.$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №15

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{1000n^2+100n+10}{(n+1)^2 n};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x^2+1}+\sqrt{x^3+1}}{x+1}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{4x^2-7x+4}-x).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x\cos^2 x}-e^x}{tg(1-x)-tg(x+1)};$$

б) $$\lim_{x\to e}\frac{\ln x-1}{x-e}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=(x-1)\ln(2-x^2);\quad \beta(x)=\sqrt[3]{x+2}-\sqrt[3]{2x^2+1};\quad x_0=1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-x \text{ при } x\le 0\\ 1/x \text{ при } 0<x\le 2\\ 1/2 \text{ при } x>2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{e^x-1}{x}.$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант 1

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{23} и алгебраическое дополнение A_{14} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 23 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 16 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -8 \\ 3 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 4 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 2.5 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ x_1 - 6x_2 + 4x_3 = -1 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -27 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_1 - 6x_2 + 4x_3 = -27 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + 2x_3 - 3x_4 - 5x_5 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 - x_5 = -1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 6 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$.

Вариант 2

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 5 & 7 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & -3 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{21} и алгебраическое дополнение A_{23} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -3 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -22 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 7 & 15 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & 7 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -1 \\ 3 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 15x_1 + 11x_2 - x_3 = 18 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -3 \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = -5 \end{cases}$, $\begin{cases} 15x_1 + 11x_2 - x_3 = 3.5 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1.5 \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 11x_3 = 6 \\ x_1 + 8x_3 = 4 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 7x_1 - x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & -12 & 5 \\ -1 & 17 & -7 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - 12x_2 + 5x_3 = 6 \\ -x_1 + 17x_2 - 7x_3 = -8 \\ -2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$.

Вариант 3

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 5 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ 4 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{41} и алгебраическое дополнение A_{24} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ 7 & 15 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 4x_1 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -2 \\ x_1 + 7x_2 - 18x_3 = 77 \end{cases}$, $\begin{cases} 4x_1 + 5x_3 = -9 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -10 \\ x_1 + 7x_2 - 18x_3 = 24 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = -4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 8 \\ x_1 - 13x_2 + 5x_3 - 16x_4 - 5x_5 = -28 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 12 \end{cases}$.

Вариант 4

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 9 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{24} и алгебраическое дополнение A_{32} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 15 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 \\ 7 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \\ 7 & 8 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 = -10/3 \\ 2x_1 + 3x_2 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 = 4 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 19 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = -5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 6 & 8 \\ 2 & 6 & 12 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ 2x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 8 \\ 2x_1 + 6x_2 + 12x_3 = 8 \end{cases}$.

Вариант 5

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{43} и алгебраическое дополнение A_{24} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 8 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 3 & 8 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & -1 & -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 7 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 7x_1 - 15x_2 + x_3 = 28.5 \\ 2x_1 + 11x_2 - 18x_3 = -62 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$, $\begin{cases} 7x_1 - 15x_2 + x_3 = 3.5 \\ 2x_1 + 11x_2 - 18x_3 = -60 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = -6.5 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 5x_4 - x_5 = 6 \\ x_2 - x_3 + x_4 - + x_5 = 0 \end{cases} .$$

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 16x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases} .$$

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы . $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$

Вариант 6

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{31} и алгебраическое дополнение A_{43} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0.5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 8 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 5 \\ -2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 18 \\ 3 & -1 & -3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 7 & 4 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 19 \\ 3x_1 + 4x_3 = 22 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_3 = 10 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 = -10 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 0 \\ 3x_1 + 2x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \end{cases}$.

Вариант 7

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{34} и алгебраическое дополнение A_{21} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

   а) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 7 & -2 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \\ 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 5 & 7 & 4 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ -1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

   $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 10 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$, $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -12 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -10 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = -12 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 3 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 5x_1 - 5x_2 + 8x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$.

   Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

   систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 16 \end{cases}$.

Вариант 8

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.
2. Найти минор M_{14} и алгебраическое дополнение A_{32} из задачи 1.
3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \end{cases}$.
4. Найти произведение матриц :

   а) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$
5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

   $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ -3x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 10 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ -3x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -9 \end{cases}$.
6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ 4x_1 + 4x_3 = 9 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$.
7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 3x_3 + 9x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$.
8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

   Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$
9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, и с её помощью

   решить систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 9 \\ 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 10 \\ 5x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases}$.

Вариант 9

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{34} и алгебраическое дополнение A_{42} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -5 \\ 2 & 11 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 3 & -7 & 5 & -15 \\ 11 & 2 & 4 & -8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \\ -3 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -19 \\ 3x_1 + 4x_3 = -22 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3.5 \\ 3x_1 + 4x_3 = 4.5 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 5 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ 6x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ -38x_1 + 41x_2 - 34x_3 = -72 \\ 27x_1 - 29x_2 + 24x_3 = 51 \end{cases}$.

Вариант 10

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{14} и алгебраическое дополнение A_{32} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 5 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = 7 \\ 3x_2 - 5x_3 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$, $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = 6.5 \\ 3x_2 - 5x_3 = -11.5 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -2.5 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 8x_1 + 2x_2 - x_3 = 21 \\ 2x_1 + 11x_2 - 16x_3 = 21 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 6 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 5x_3 - 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -5 \\ 1 & 2 & 2 \\ 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$.

Вариант 11

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{21} и алгебраическое дополнение A_{23} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -37 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 76 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

   а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ -5 & -4 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ -3 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -7 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -4 \\ 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей:

   $\begin{cases} x_1 - 15x_2 + 7x_3 = 46/3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 2/3 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 - 15x_2 + 7x_3 = 53 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 14 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 5x_4 = 10 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 12x_4 = 0 \\ 2x_2 + 3x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

   Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} -8 & 29 & -11 \\ -5 & 18 & -7 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью

   решить систему уравнений $\begin{cases} -8x_1 + 29x_2 - 11x_3 = -19 \\ -5x_1 + 18x_2 - 7x_3 = -12 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$.

Вариант 12

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 7 & 2 & 4 & 3 \\ 5 & 0 & 6 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 6 & 4 & 3 & 5 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{13} и алгебраическое дополнение A_{24} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 15 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 0 \\ 11 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & -5 & 7 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 5 \\ 9 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 2x_1 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 9 \\ -x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -10 \end{cases}$, $\begin{cases} 2x_1 + x_3 = -1.5 \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = -15.5 \\ -x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 15 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 12 \\ 3x_1 + 9x_2 + 4x_3 = 16 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases}$.

Вариант 13

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{34} и алгебраическое дополнение A_{12} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 11 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 7 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 9 & 1 \\ 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 5x_1 - 8x_2 + x_3 = 2/3 \\ 3x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 8 \\ -x_1 + x_2 - 6x_3 = 3/2 \end{cases}$, $\begin{cases} 5x_1 - 8x_2 + x_3 = -9 \\ 3x_1 + 8x_2 - 3x_3 = -5 \\ -x_1 + x_2 - 6x_3 = -40 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$.

Вариант № 1

1) Вычислить производную функции $y=\sin(3x-1)$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y=x^{\arcsin 0{,}5}\ln(x+\sqrt{x^2-1})$;
   б) $y=\dfrac{2^{\operatorname{tg}3x}}{\operatorname{arctg}\dfrac{1}{\sqrt{2x}}}$;
   в) $x^2\sin y-y^3\cos\sqrt{x-1}=0$;
   г) $\begin{cases} x=e^t\,\dfrac{1}{t^2} \\ y=\operatorname{arctg}\sqrt{t} \end{cases}$.
3) Написать уравнение касательной к кривой $x^3+3xy+y^3-5=0$ в точке $M(1;1)$.
4) Показать, что функция $S=\dfrac{1}{t\ln ct}$ удовлетворяет уравнению $t\dfrac{ds}{dt}+S=-tS^2$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{\cos 3x-e^x}$.

Вариант № 2

1) Вычислить производную функции $y = 2^{x-3}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = (\arcsin \frac{1}{x})\operatorname{tg}^2(2x-1)$;

б) $y = \dfrac{\ln \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}}{\sqrt[3]{7x+1}}$;

в) $x \cdot \operatorname{arctg}(y) - \arcsin(xy) = 0$;

г) $\begin{cases} x = t^3 \sin t \\ y = \dfrac{\cos t}{\sqrt{t}} \end{cases}$.

3) Написать уравнение касательной к кривой $x^2 - 4x + y^2 - 5 = 0$ в точке $M(2;3)$.
4) Показать, что функция $x = \dfrac{t - e^{-t^2}}{2t^2}$ удовлетворяет уравнению $t\dfrac{dx}{dt} + 2x = e^{-t^2} + \dfrac{1}{2t}$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{2x - x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}$.

Вариант № 3

1) Вычислить производную функции $y = \sqrt{2x+7}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = \dfrac{\ln \dfrac{1}{\sqrt{3x}}}{\sin(x^3 2^x)}$;

б) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{2x-1} \cdot \cos^2 \dfrac{1}{x}$;

в) $x \cdot \operatorname{tg} y - y^3 \cdot \operatorname{ctg} x = 0$;

г) $\begin{cases} x = e^{-t} \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $y = x^3 - 3\sin\sqrt{x} + 1$ в точке с абсциссой, равной 1.
4) Показать, что функция $y = x + \sin 2x$ удовлетворяет уравнению $y'' + 4y = 4x$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{tg \dfrac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)}$.

Вариант № 4

1) Вычислить производную функции $y = \cos\frac{1}{x}$, используя определение.

2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = \mathrm{ctg}^2\frac{1}{x}\cdot\cos\sqrt{3x}$;

б) $y = \dfrac{\ln\sqrt{2x+1}}{\mathrm{arctg}\frac{1}{x^3}}$;

в) $3\sin\frac{x}{y} + 5\ln(xy) = 0$;

г) $\begin{cases} x = \ln\dfrac{1}{t^2} \\ y = e^{-t}t^3 \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $x^3 + y^3 + 3xy - 3 = 0$ в точке $M(1;1)$.

4) Показать, что функция $y = e^x + 2e^{2x}$ удовлетворяет уравнению $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{1}{x^2} - \mathrm{ctg}x)$.

Вариант № 5

1) Вычислить производную функции $y=\sqrt[3]{x-1}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y=\sin^3\frac{1}{2x-1}\cdot\operatorname{arctg}2x$;
   б) $y=\dfrac{3^{x+3}e^x}{\arcsin\sqrt{2x-1}}$;
   в) $\operatorname{arctg}\frac{x}{y}+y\cdot\ln x=0$;
   г) $\begin{cases} x=t^3+t\ln\frac{1}{t} \\ y=t^5\cdot\cos\frac{1}{t} \end{cases}$.
3) Написать уравнение касательной к кривой $y=1-e^{\frac{x^2}{2}}$ в точке пересечения её с осью $0Y$.
4) Показать, что функция $y=x^3$ удовлетворяет уравнению $y^{(5)}+y^{(4)}+y'''+y''+y'+y=x^3+3x^2+6x+6$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[3]{x}\cdot\ln^2 x$.

Вариант № 6

1) Вычислить производную функции $y = \ln(\cos x)$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = \sqrt{\cos 3x}\,\ln\dfrac{1}{3x+1}$;

б) $y = \dfrac{\arcsin e^{x}}{\sqrt[3]{\operatorname{tg}(x+1)}}$;

в) $\operatorname{ctg}^3\dfrac{x}{y} - x\cdot\operatorname{arctg} y = 0$;

г) $\begin{cases} x = t^2 e^{-t} \\ y = \dfrac{\ln t}{\sqrt{t}} \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $y = (x-2)^2$ в точке пересечения её с осью $0Y$.
4) Показать, что функция $y = \dfrac{x^2+2x+2}{2}$ удовлетворяет уравнению $1 + y'^2 = 2yy''$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 4}\left(2 - \dfrac{x}{4}\right)^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{8}}$.

Вариант № 7

1) Вычислить производную функции $y=\frac{1}{3x-1}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=e^{\sqrt{x^2-1}}\cdot\arccos\frac{1}{5x+1}$;

б) $y=\frac{\ln(\operatorname{arctg}\sqrt{x})}{2^{x^2-1}}$;

в) $\sin xy+\operatorname{tg}\frac{x}{y}=0$;

г) $\begin{cases} x=\sin at\cdot\cos\frac{b}{t} \\ y=t^2-a^2b^2 \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $x^3-2x^2y+y^3-1=0$ в точке пересечения её с осью $0X$.
4) Показать, что функция $y=\frac{1}{2}x^2e^x$ удовлетворяет уравнению $y''-2y'+y=e^x$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$.

ВАРИАНТ 1

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z=\frac{x^2+\sqrt{y}}{y^2+y}+e^{\frac{y}{x}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z=\ln\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{y}-1\right)$ при $x=1,\quad y=1,\quad \Delta x=0{,}01,\quad \Delta y=-0{,}02$.

3. Найти производную $\frac{du}{dt}$, если $u=\ln^2\sin\frac{x}{\sqrt{y}}$, *где* $x=3t^2e^{-t}$, $y=\sqrt{t^2+1}$.

4. Найти частные производные z'_u , z'_v , если $z=\sqrt{\frac{x+y}{x}}$, *где* $x=a^{tg\left(\sqrt{u}-\sqrt{v}\right)}$, $y=\ln\frac{u}{v}$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $e^z+arctg\left(y+2x\right)+\sin\left(x^2+3y^2\right)=0$. Найти z'_x , z'_y .

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z=\ln\left(x^2+y^2\right)$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2-y^2$ в замкнутой области, ограниченной линией $x^2+y^2=1$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z=x^2+y^2$ в точке A(1; -2; 5).

9. Найти градиент функции $u=xy+yz+zx$ в точке M_0(2; 1; 2). Найти производную этой функции в точке M_0 в направлении вектора $\overline{M_0A}$, где A(5; 5; 15).

ВАРИАНТ 2

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции
$z = \ln^3\left(x + \sqrt{2x^2 + y^2}\right) - ctg\,\frac{x}{y^3}$.

2. Найти полный дифференциал функции $u = \ln\left(x^3 + 2y^3 - z^3\right)$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dx}$, если $z = \frac{tg\sqrt{u+v}}{v}$, где $u = e^{\cos x}$, $v = \sin^3 x$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, если
$z = (\sin u)^{\cos v}$, *где* $u = xy$, $v = \frac{x}{y}$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $xy\sqrt{1+z} + xz\sqrt{1+y} + yz\sqrt{1+x} = 0$
Найти z'_x , z'_y .

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если
$z = \ln\left(e^x + e^y\right)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right)^2$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy - x + 2y$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0$, $y = 0$, $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{8} = 0$ в точке А(4; 3; 4).

9. Найти градиент функции $z = x^2y^2 - xy^3 - 3y - 1$ в точке А(2; 1). Найти производную этой функции в точке А в направлении , идущем из этой точки в начало координат.

ВАРИАНТ 3

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции
$z = \dfrac{\sqrt{1+xy} - x^2}{tg\,\frac{x}{y}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $u = x^{yz}$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dx}$, если $z = \sin\frac{\sqrt{u}}{v} - \ln\frac{v+u}{v-u}$, где $u = x\,tg\left(x^3\right),\quad v = e^{\sqrt{x}}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если
$z = \arcsin\dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2},\quad где\quad x = e^{\frac{u}{\sqrt{v}}},\quad y = e^{-\frac{u}{\sqrt{v}}}.$

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $xz\cos\frac{y}{x} = y\cos\frac{z}{x}$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если
$z = \sqrt{xy + x^2 + y^2}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x(x-y)$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x^2 = y+1,\quad y = 3.$

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ в точке A(1; 0; 1).

9. Найти градиент функции $z = \ln\frac{y}{x}$ в точке B(1; 1). Найти производную этой функции в точке B в направлении вектора $\overline{BO}$, где O(0; 0; 0) – начало координат.

ВАРИАНТ 4

1. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ функции

$$z = \ln\left(tg\,\frac{x}{y} + \sqrt{1 + \sin^2(x + y)} \right).$$

2. Найти полный дифференциал функции $z = \sqrt{\ln(xy)}$ при $x = 1, \quad y = e, \quad \Delta x = 0{,}01, \quad \Delta y = -0{,}02$.

3. Найти производную $\dfrac{dz}{dt}$, если

$$z = uarctg(u + v) + e^{\sin t^2}\ , \quad \text{где} \quad u = t\sqrt{t}\ , \quad v = e^t \cos t.$$

4. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial u}$, $\dfrac{\partial z}{\partial v}$, если

$$z = \arccos\left(\sqrt{y} - \sqrt{x}\right), \quad \text{где} \quad x = \sqrt{1 - \frac{u}{v}}\ , \quad y = \frac{\sqrt[3]{u + v^2}}{u}.$$

5. Функция $z(x; y)$ задана уравнением $\dfrac{xy^2}{z} - \sin\dfrac{x + y}{z} = 0$. Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}$, если $z = x\ln\left(e^x + e^y\right)$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy - y^2$ в замкнутой области, ограниченной линиями $y^2 = x + 1,\ x = 3$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $3xyz - z^3 = a^3$ в точке, для которой $x = 0,\ y = a$.

9. Найти градиент функции $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ в точке P(5; 3). Найти производную этой функции в точке P в направлении, составляющем с осью OX угол 120° .

ВАРИАНТ 5

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \ln\sin\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x+y}} + ctg\,\frac{1}{x^2+y^2}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{xy}{x^2-y^2}$ при $x=2$, $y=1$, $\Delta x = 0,01$, $\Delta y = 0,03$.

3. Найти производную $\frac{du}{dt}$, если $u = \ln(x+yz) + e^{xyzt}$, где $x = 3t^2$, $y = \sqrt{1+t^2}$, $z = \sqrt{t}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = x^2\ln^2(y^2-x^2)$, где $y = \sin u + \sin v$, $x = \sin u - \sin v$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $e^{\frac{z}{x+y}} + e^{-\frac{z}{x+y}} = xyz$.
Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$, если $z = \sin(xy)$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy - (x^2 + x + y^2 + y)$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x=0$, $y=0$, $x+y+3=0$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \frac{x^2}{2} - y^2$ в точке M(2; -1; 1).

9. Найти градиент функции $z = x^3 + y^3 - 3xy$ в точке P(2; 1). Найти производную этой функции в точке P в направлении градиента функции в этой точке.

ВАРИАНТ 6

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции
$z = \cos^3\left(xy + \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}\right) + e^{-\frac{x}{y}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $u = (\sin x)^{y+z}$.

3. Найти производную $\frac{du}{dx}$, если $u = \frac{e^{ax}(y-z)}{a^2}$, где
$y = a\sin x$, $z = \cos\frac{3}{x} - ctg\frac{x}{2}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial r}$, $\frac{\partial u}{\partial \varphi}$, если
$u = \frac{1-e^{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$, *где* $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} + z^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$, если $u = \ln\frac{x^2-y^2}{xy}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$z = x^3 - 3xy^2 + 18y$ в замкнутой области, ограниченной линиями
$x = 1$, $y = 1$, $x = 2$, $y = 2$

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ в точке M(3; 4; 12).

9. Найти градиент функции $z = \ln(e^x + e^y + e^z)$ в точке O(0; 0; 0).
Найти производную этой функции в точке O в направлении вектора $\bar{l}\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

ВАРИАНТ 7

1. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ функции

$u = e^{\left(\frac{x}{z}\right)^2} + e^{x^2+y}\left(1 + tg\,\frac{y}{x}\right)$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{x+y}{x-y} + e^{xy}$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если $z = (x^2-1)^y + x\sin t$, где

$x = t\sin t$, $y = t\cos t$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если

$z = \sin^2(ax+by)$, *где* $x = \sin(\ln(au+bv))$, $y = \cos(\ln(au+bv))$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $\sin(xy+z) + \ln\frac{x}{y+z} = 0$.

   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}$, если $u = ye^{xy}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = e^{2x}(x+y^2+2y)$ в замкнутой области, ограниченной линиями

$x = 0$, $y^2+2y+x = 0$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = e^{x+y}$ в точке, соответствующей $x = y = 0$.

9. Найти градиент функции $z = x^3 - 2x^2y + xy^2 + 1$ в точке M(1; 2). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\bar{l}(3;4)$.

ВАРИАНТ 8

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$$z = \frac{\cos\frac{x}{y}}{\sqrt{1+xy+y^2}} + \ln\left(\sqrt{x}+y^2\right).$$

2. Найти полный дифференциал функции $z = arctg\,\frac{x+y}{1-xy}$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если

$$z = \sin^2\frac{\sqrt{y}}{x+y} + x^t , \quad где \quad x = \sin\sqrt{1+t} , \quad y = \cos\sqrt{1-t}.$$

4. Найти частные производные $\frac{\partial w}{\partial u}$, $\frac{\partial w}{\partial v}$, если

$$w = \sin\left(e^{xy} + \sqrt{x^2+y^2}\right), \quad где \quad x = u\sqrt{v} , \quad y = \frac{1}{u^2-v^2}.$$

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $arctg(y+2z) + x^{-z} = 0$.

   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если

$$z = \frac{1}{3}\sqrt{(x^2+y^2)^3}.$$

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy(1-x-y)$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x=0,\ y=0,\ x=2,\ y=2,\ xy=1$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ в точке $M_0(x_0; y_0; z_0)$.

9. Найти градиент функции $z = x^2 - xy - 2y^2$ в точке P(1; 2). Найти производную этой функции в точке P в направлении, составляющем с осью OX угол 60°.

ВАРИАНТ 9

1. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ функции

$z=\dfrac{x+y}{\sqrt[3]{x^2+y^2}}+e^{\sin\frac{y}{\sqrt{x}}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z=\sin\left(\dfrac{2x}{y}\right)$ при

$x=0,\quad y=1$.

3. Найти производную $\dfrac{dz}{dt}$, если $z=tg\left(\sqrt{t}+2x^2-xy\right)$, где

$x=\dfrac{1}{t^2\sqrt{t}},\ y=e^{\sqrt{t}}$.

4. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial u}$, $\dfrac{\partial z}{\partial v}$, если $z=\dfrac{\ln\left(\sin\frac{x}{y}\right)}{\ln(\cos xy)}$, где

$x=u^2-v^2,\quad y=e^{uv}$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $z^3+\cos(xyz)+e^{-\frac{x}{y}}=0$.
Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}$, если $z=x^y$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$z=x^3+y^3-3xy$ в замкнутой области, ограниченной линиями
$x=0,\ y=0,\ x=4,\ y=4$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2+y^2-xz-yz=0$ в точке М(0; 2; 2).

9. Найти градиент функции $z=\ln\sqrt{x^2+y^2}$ в точке P(1; 1). Найти производную этой функции в точке P в направлении биссектрисы второго координатного угла.

ВАРИАНТ 10

1. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ функции $u = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{y} - \sqrt{z}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$ при $x = 2, \quad y = 1, \quad \Delta x = 0{,}01, \quad \Delta y = 0{,}01.$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если $z = \sin^3(3x - \sqrt{t^2 + y^2} + e^{xy})$, где $x = \frac{t+1}{t-1}, \quad y = \frac{t}{t-1}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$, если $w = \ln\frac{\sin\sqrt{uv}}{1 + \sqrt{uv}}, \quad где \quad u = \sin\frac{1}{xy}, \quad v = \cos\frac{1}{xy}$.

5. Функция $z(x; y)$ задана уравнением $e^{xz} = \ln(x^2 + xz + y^2)$.
   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 s}{\partial x\, \partial t}$, $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$, если $s = \ln\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{t}\right)$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - x + y^2 - 4y + 4$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0, \quad y = 3, \quad y = x$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 = z^2$ в точке A(3; 4; 5) .

9. Найти градиент функции $z = x^2 - 3yz + 5$ в точке M(1; 2;-1). Найти производную этой функции в точке M в направлении , составляющем одинаковые острые углы со всеми координатными осями.

ВАРИАНТ 11

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$z = arctg\sqrt{\frac{x^2-\sqrt{y}}{3+x^2}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = y \cdot x^y$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если

$z = \arccos\ln(1+x^y) - \frac{2}{t}$, где $x = \frac{t}{\sqrt{1-t}}$, $y = \frac{\sqrt{1+t}}{t}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial s}$, $\frac{\partial z}{\partial t}$, если

$z = \sqrt{\frac{tg(x+y)}{x^2}}$, где $x = e^{s+t}$, $y = e^{s-t}$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $x^2+y^2+z^2 = xy+xz+yz$

   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = \frac{x^2y^2}{x+y}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2+y^2-xy+x$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x=-1$, $y=0$, $x-y=0$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2z+y^2z=4$ в точке M(-2; 0; 1).

9. Найти градиент функции $u = xy+yz+zx$ в точке M_0(2; 1; 3). Найти производную этой функции в точке M_0 в направлении вектора $\overline{M_0N}$, где N(5; 5; 15).

ВАРИАНТ 12

1. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ функции $u = \ln\frac{1-\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{1+\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.
2. Найти полный дифференциал функции $z = arctg\frac{y}{x} + arctg\frac{x}{y}$.
3. Найти производную $\frac{dz}{dy}$, если $z = e^{xy}\ln\frac{x}{y}$, где $x = 3y^2e^{-y}$.
4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = \sqrt{\frac{1+x}{1+y}}$, *где* $x = \sin u \cdot \cos v$, $y = \cos u \cdot \sin v.$
5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $e^z - xyz = 0$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.
6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z = e^x\ln y + \sin y \cdot \ln x$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 4y + 4$ в замкнутой области, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 4$.
8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ в точке $M_0(x_0;\ y_0;\ z_0)$ на нем.
9. Найти градиент функции $z = x^2 + 4y^2$ в точке M(2; 1). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\overline{MP}$, где P(5; 5).

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №1

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $2y'' = \sqrt{(1+y')^3}$
2. $y'' + 4y = \dfrac{1}{\cos 2x}$
3. $y'' - 2y' + 5y = e^x(x-1) + \cos 2x$
4. $(y^2 + 2xy - x^2)dy + (x^2 + 2xy - y^2)dx = 0 \qquad y(1) = 1$
5. $y' - 2y = 3x - 1 \qquad y(0) = \dfrac{1}{4}$
6. $y''' \sin^3 x = 2\cos x$
7. $xy' - y = \sqrt{4x^2 + y^2}$
8. $y^2 y' + y^3 = 1 - x \qquad y(0) = \dfrac{2}{3}$
9. $y' + \dfrac{y}{x} = \sqrt{y}\ln x$
10. $y'' + y = e^{-x}\sin 2x$
11. $(y-4)(y-5)y'' = (y')^2$
12. $(y-x)y' = 1$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №2

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y'' - 4y' + 5y = xe^{x} + 2\sin x$
2. $y' + \dfrac{x^2 y}{x^3 + 1} = x^2 + x^5$
3. $y'' + y = tg^2 x$
4. $y'' + 6y' + 9y = 2e^{-3x}$
5. $y \ln y dx + (2 - x - x^2)dy = 0 \qquad y(2) = e^2$
6. $y' + \dfrac{y}{x+1} = \dfrac{\sqrt{y}}{x}$
7. $\sqrt{1 + x^2}\, y'' - 1 = 0$
8. $xyy' = y^2 + x\sqrt{9x^2 + 4y^2}$
9. $(y+2)(y+3)y'' = (y')^2$
10. $x^2 - 6y' + 2xy'' = 0 \qquad y(1) = \dfrac{1}{6} \qquad y'(1) = \dfrac{1}{2}$
11. $2y' - 6y + x^2 = 0 \qquad y(0) = 0$
12. $y'' = \sqrt{3y' - 2}$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №3

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $xy' = y(3\ln y - 3\ln x + 5)$
2. $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} + \sin 2x$
3. $y' + \dfrac{y}{(x-3)(x-5)} = \sqrt{x-3}$
4. $y'' = \arcsin x$
5. $y' - \dfrac{y}{x} = \sqrt{xy}\, tg^2 x$
6. $y'' - y' = \dfrac{1}{1+e^x}$
7. $xy' + y = x\sin x$ $\qquad y(\pi) = 3$
8. $y'' + y + x^2 = \sin x$
9. $(y+1)(y+2)y'' = (y')^2$
10. $y'' - \dfrac{y'}{x} = x\cos^2 x$
11. $(x^2 - xy + y^2)dx + x(y - 2x)dy = 0$
12. $y' = xy^2 - 8 + 2x - 4y^2$ $\qquad y(0) = \sqrt{2}$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №4

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $yy' - \frac{y^2}{x} = x^2 \arcsin x$
2. $y'' - y' = e^x + \cos x - 3\sin x$
3. $tg^2 y dx + (\sin^2 x + 4\cos^2 x)dy = 0$
4. $y''y^3 = 1$
5. $y'' - 6y' + 9y = \frac{2 + 6x + 9x^2}{x^3} e^{3x}$
6. $y'' - y = 2\sin x + 2\cos x \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 1$
7. $3(x + y)^2 dx + x(2x + 3y)dy = 0$
8. $y'' - \frac{y'}{x} = x\, arctgx$
9. $y' + \frac{2y}{1 - x^2} = \frac{1 - x}{(1 + x)^3} \qquad y(2) = \frac{1}{3}$
10. $y'' = \ln x$
11. $2(x^2 - y^2)dx + (5x + 2y)xdy = 0$
12. $y'' + 4y = 3\sin 2x - \cos 2x$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №5

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y' + \frac{y}{x} = y^3 x^2 \arcsin x$

2. $xy'(\ln \frac{y}{x} + 4) = y(\ln \frac{y}{x} + 5)$

3. $y' - \frac{xy}{x^2 - 9} = x^3$

4. $y'' + y = x - 2 + e^x \sin x$

5. $1 + (y')^2 = yy''$

6. $y''' = xe^{2x}$

7. $y' = \sqrt{y^2 + 4} \ln^2 x \qquad y(1) = 0$

8. $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$

9. $y'' - 2y' = e^{-x} \cos x$

10. $y'' - \frac{y'}{x} = x^2 \ln x$

11. $y' = xy^2 - 4 + 4y^2 - x$

12. $y'' + 9y' - 10y = 11e^x + 9\sin x + 11\cos x \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 8$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №6

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $yy'' + (y')^2 = 0$
2. $(x + y\sin\frac{y}{x})dx - x\sin\frac{y}{x}dy = 0$
3. $y'' + 4y = e^x + \cos 3x$
4. $y' = y^4 \cos x + ytgx$
5. $y'' - \frac{y'}{x} = x^2 \sin x$
6. $y' = xy^2 - 4 + 2y^2 - 2x$
7. $y' + xy^2 = xy$ $\qquad y(0) = \frac{1}{2}$
8. $y'' + y = \frac{1}{\cos^2 x}$
9. $y(y+1)y'' = (y')^2$
10. $y'' + 4y' = e^{-4x}$ $\qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
11. $xy' = y + \sqrt{x^2 - 4xy + y^2}$
12. $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$

Домашнее задание по разделу «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №7

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $xy' = y + x\sin\dfrac{2y}{x}$
2. $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{xy}dx = \dfrac{dy}{\sqrt{y^2-4y}}$
3. $(y+1)y'' = (y')^2$
4. $y' + \dfrac{y}{(x-2)(x-4)} = x-2$
5. $y'' - y' - 2y = e^{-x}(x+2)$
6. $(2x^2+3y^2)dx + (2x-2y)xdy = 0$
7. $(1+x^2)y'' + xy' = 0 \qquad y(0)=1 \quad y'(0)=1$
8. $y' - \dfrac{y}{x(x-1)} = y\sqrt{xy}$
9. $y'' + y = e^{-x}(x+2) + e^{x}\sin x$
10. $y'' - \dfrac{y'}{x} = xe^{2x}$
11. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x^2+1} \qquad y(0)=0 \qquad y'(0)=0$
12. $y''\sin^3 x = \sin 2x$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №8

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y' + \frac{y}{x} = y\sqrt{y}(\sqrt{x} - 2)^5$
2. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$
3. $y'' + 3y' + 2y = e^{-2x} + \sin 3x$
4. $ydx = (y^2 arctgy + y)dy$
5. $y'' tgy = (y')^2$
6. $y'' - y' = \frac{e^x}{1 + e^x}$
7. $(4xy - y^2)dx + 2(y - x)xdy = 0$ $\qquad y(1) = 1$
8. $y'' + y = 3\sin x + 5\cos x$
9. $x(x-1)y' - (x+1)y + 4 = 0$ $\qquad y(2) = 1$
10. $y' = xy^2 + 3 + 3x + y^2$
11. $y'' = x\sin x$ $\qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
12. $xy'' - y' = x^2 \sin x$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №9

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y' + \dfrac{y}{x} = y^4 x^4 \sqrt{4 - x^2}$
2. $xy' - y = \sqrt{2x^2 + 2xy + y^2}$
3. $y'' = -\dfrac{1}{y^3}$
4. $y' + \dfrac{y}{(x-3)(x-5)} = \sqrt{x-5}$
5. $y'' - y' = e^{2x}\sqrt{1 - e^x}$
6. $(1 - x^2)y'' - \dfrac{1}{x}y' = 0 \qquad y(\dfrac{\sqrt{3}}{2}) = 1 \quad y'(\dfrac{\sqrt{3}}{2}) = \sqrt{3}$
7. $y''' = x\cos x$
8. $y' + \dfrac{y}{x^2} = ae^{1/x} \qquad y(1) = 1$
9. $y'' + 4y = (x+2)\sin x$
10. $3y^2 dy = (1 - 3y^3)\sin x dx$
11. $y'' + y' - 2y = e^x(x^2 + 1) + \cos x$
12. $x^3 dy + (4y^3 + 2x^2 y)dx = 0 \qquad y(1) = 1$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №10

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $\sqrt{1-x^2}dx + x^4\sqrt{y-1}dy = 0$
2. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$
3. $y(y-1)y'' = (y')^2$
4. $y'' - \dfrac{y'}{x} = x\cos^2 x$
5. $y'' - 5y' = e^{3x}(\sin x - \cos x)$
6. $4x^3dy + (9y^3 - 3x^2y)dx = 0 \qquad y(1) = 1$
7. $y''' = \dfrac{x}{(x+2)^5} \qquad y(-1) = 0 \qquad y'(-1) = 0 \qquad y''(-1) = 0$
8. $y'' - y' = e^{2x}\cos^2 e^x$
9. $(x+1)y' - 3y = e^x(x+1)^4$
10. $xy' = 2y(\ln y - \ln x) \qquad y(1) = e$
11. $y'' + 6y' + 10y = 5x - 9e^x + 17xe^x$
12. $dy + ydx = \dfrac{xdx}{y^3}$

Вариант 1.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \sin(3x-4)dx$

2. $\int \frac{dx}{5x+4}$

3. $\int \frac{xdx}{x^2-1}$

4. $\int \frac{\sin xdx}{\cos^6 x}$

5. $\int \frac{\sqrt{\ln x+3}}{x}dx$

6. $\int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

7. $\int xe^{7x}dx$

8. $\int \mathrm{arctg}xdx$

9. $\int \frac{(3x+1)dx}{x^2-2x+10}$

10. $\int \frac{(7x+1)dx}{\sqrt{x^2-4x+5}}$

11. $\int \frac{dx}{x(x^2+4)}$

12. $\int \frac{(3x+1)dx}{x^3-1}$

13. $\int \cos 2x\cos 6xdx$

14. $\int \cos^2 8xdx$

15. $\int \cos x\sin^5 xdx$

16. $\int \mathrm{tg}^4 3xdx$

17. $\int \frac{(\sqrt{x}-1)dx}{x(\sqrt[3]{x^2}-1)}$

18. $\int \frac{\sqrt{x^2-16}}{x}dx$

Вариант 2

Найти следующие интегралы.

1. $\int \cos(5x+2)dx$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+5}}$

4. $\int \frac{\ln^2 xdx}{x}$

5. $\int \frac{\sqrt{\mathrm{tg}x}-1}{\cos^2 x}dx$

6. $\int \cos x\sqrt[3]{\sin x}dx$

7. $\int x\sin 3xdx$

8. $\int x^2\ln xdx$

9. $\int \frac{(2x+5)dx}{x^2-6x+1}$

10. $\int \frac{(3x-7)dx}{\sqrt{x^2+4x+1}}$

11. $\int \frac{dx}{x^3-4x}$

12. $\int \frac{(3x+2)dx}{x(x^2+1)}$

13. $\int \sin 3x\cos 5xdx$

14. $\int \sin^2 3xdx$

15. $\int \sin x\cos^{10} xdx$

16. $\int \mathrm{tg}^3 2xdx$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[3]{x}+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{4+x^2}}$

Вариант 3

Найти следующие интегралы.

1. $\int e^{2x-7}dx$

2. $\int \frac{dx}{(x-2)^2}$

3. $\int \frac{xdx}{\cos^2(3x^2)}$

4. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}dx}{\cos^2 x}$

5. $\int \frac{e^x}{e^{2x}+4}dx$

6. $\int \frac{(\ln x+5)^2}{x}dx$

7. $\int x^2 \cos x dx$

8. $\int x^5 \ln x dx$

9. $\int \frac{(4x-5)dx}{x^2-10x+2}$

10. $\int \frac{(7x+3)dx}{\sqrt{x^2+6x}}$

11. $\int \frac{dx}{x^3-9x}$

12. $\int \frac{(2x+3)dx}{x^3+5x}$

13. $\int \sin 3x \sin 10x dx$

14. $\int \cos^4 x dx$

15. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$

16. $\int \operatorname{ctg}^3 7x dx$

17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(4-\sqrt[4]{x})^2}$

18. $\int \frac{\sqrt{3-x^2}}{x^2}dx$

Вариант 4.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{\cos^2(3-x)}$

2. $\int (8x+1)^7 dx$

3. $\int xe^{x^2}dx$

4. $\int \frac{(\ln x+4)^3 dx}{x}$

5. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x+2}}dx$

6. $\int \frac{\operatorname{arctg}^3 x dx}{1+x^2}$

7. $\int x^2 e^x dx$

8. $\int \arcsin x dx$

9. $\int \frac{(5x-3)dx}{x^2+8x+2}$

10. $\int \frac{(6-5x)dx}{\sqrt{x^2-2x+4}}$

11. $\int \frac{(x+6)dx}{(x-1)(x+2)^2}$

12. $\int \frac{dx}{x^4-1}$

13. $\int \cos 5x \cos 7x dx$

14. $\int \sin^4 3x dx$

15. $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$

16. $\int \operatorname{ctg}^4 2x dx$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[3]{x}-\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^3}dx$

Вариант 5.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \sin\frac{x}{2}dx$

2. $\int \sqrt[7]{(4x+1)^2}dx$

3. $\int \frac{xdx}{5x^2+4}$

4. $\int \frac{\sqrt[3]{\mathrm{ctg}x}dx}{\sin^2 x}$

5. $\int e^x \cos e^x dx$

6. $\int \frac{x+\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

7. $\int x\cos(1-3x)dx$

8. $\int \sqrt{x}\ln xdx$

9. $\int \frac{(3-4xdx}{x^2+4x+7}$

10. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+x+1}}$

11. $\int \frac{(1-x^2)dx}{(x+2)(x+3)}$

12. $\int \frac{dx}{x(x^2+9)}$

13. $\int \sin(x+2)\cos 3xdx$

14. $\int \sin^2(2x+1)dx$

15. $\int \sin^3 x\cos^5 xdx$

16. $\int \mathrm{tg}^3(7x+1)dx$

17. $\int \frac{dx}{(x-8)\sqrt[3]{x}}$

18. $\int \frac{dx}{(x^2+1)\sqrt{4+x^2}}$

Вариант 6.

Найти следующие интегралы.

1. $\int e^{1-3x}dx$

2. $\int \frac{dx}{(4x+3)^5}$

3. $\int x^2\cos(x^3+1)dx$

4. $\int \frac{dx}{x\ln x}$

5. $\int \sin xe^{\cos x}dx$

6. $\int \frac{x+\mathrm{arctg}^2 xdx}{1+x^2}$

7. $\int x\sin(5x+2)dx$

8. $\int \arcsin 2xdx$

9. $\int \frac{(x+1)dx}{x^2+3x+1}$

10. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-12x+3}}$

11. $\int \frac{(x^2+2)dx}{(x-2)^2 x}$

12. $\int \frac{x^2dx}{x^4-1}$

13. $\int \cos(2x+3)\sin(4x+1)dx$

14. $\int \sin^2 x\cos^2 xdx$

15. $\int \cos^3 x\sin^4 xdx$

16. $\int \mathrm{ctg}^4(2x+5)dx$

17. $\int \frac{(1-\sqrt{x})dx}{x(1+\sqrt[3]{x})}$

18. $\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}dx$

Вариант 7.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{\cos^2(4x+1)}$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{1-3x}}$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5x^2+4}}$

4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln^2 x+4}}$

5. $\int \frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin^3\frac{x}{2}}dx$

6. $\int \frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

7. $\int x\cos 6x dx$

8. $\int \sqrt[3]{x}\ln x dx$

9. $\int \frac{dx}{x^2+3x+5}$

10. $\int \frac{3xdx}{\sqrt{x^2+8x+1}}$

11. $\int \frac{dx}{(x-3)^2(x+1)}$

12. $\int \frac{(x+5)dx}{(x-1)(x^2+1)}$

13. $\int \cos 3x\cos(5x+2)dx$

14. $\int \sin^4 5x dx$

15. $\int \sin^3 x\cos^4 x dx$

16. $\int \mathrm{tg}^4\frac{x}{2}dx$

17. $\int \frac{dx}{x(1+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{1+x^2}}$

Вариант 8.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{\sin^2(2x+3)}$

2. $\int \frac{dx}{(3x+2)^4}$

3. $\int \frac{dx}{x(\ln x-2)}$

4. $\int \frac{x^3dx}{x^4+1}$

5. $\int \frac{\sin x}{\cos^6 x}dx$

6. $\int \frac{\sqrt{\mathrm{arctg}x}dx}{1+x^2}$

7. $\int xe^{2-3x}dx$

8. $\int \ln x dx$

9. $\int \frac{(x-2)dx}{x^2+2x-5}$

10. $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2-10x+3}}$

11. $\int \frac{dx}{(x+4)(x-1)^2}$

12. $\int \frac{3xdx}{(x+1)(x^2+2)}$

13. $\int \sin 7x\sin(x-2)dx$

14. $\int \sin^2(1-5x)dx$

15. $\int \sqrt[3]{\cos^2 x}\sin^3 x dx$

16. $\int \mathrm{ctg}^4\frac{x}{3}dx$

17. $\int \frac{dx}{(x+2)\sqrt[3]{x}}$

18. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}$

Вариант 9.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{(2x+5)^4}}$

2. $\int \cos(2-4x)dx$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt[7]{x^2+1}}$

4. $\int \frac{dx}{x\cos^2 \ln x}$

5. $\int \frac{e^x}{e^{2x}-9}dx$

6. $\int \cos x e^{\sin x}dx$

7. $\int x\sin xdx$

8. $\int \ln^2 xdx$

9. $\int \frac{(2-x)dx}{x^2+16x-1}$

10. $\int \frac{(4x-7)dx}{\sqrt{x^2+6x+2}}$

11. $\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)(x-3)}$

12. $\int \frac{5xdx}{(x+2)(x^2+2)}$

13. $\int \sin 6x\sin(4x-2)dx$

14. $\int \cos^2 x\sin^2 xdx$

15. $\int \sin^5 x\cos^2 xdx$

16. $\int \mathrm{tg}^5 xdx$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[3]{x}+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{x^4 dx}{\left(\sqrt{2-x^2}\right)^3}$

Вариант 10.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \cos(\frac{3x}{2}+1)dx$

2. $\int \frac{dx}{(5x+1)^3}$

3. $\int \frac{x^9 dx}{5x^{10}+2}$

4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-\ln^2 x}}$

5. $\int e^x \sin(e^x+1)dx$

6. $\int \frac{\sqrt[4]{\mathrm{tg}x}dx}{\cos^2 x}$

7. $\int x^2 \sin xdx$

8. $\int x^5 \ln xdx$

9. $\int \frac{(2x+5)dx}{x^2+2x+10}$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+5x}}$

11. $\int \frac{(3x+1)dx}{(x-3)^2(x+3)}$

12. $\int \frac{5dx}{(x^2+9)(x-2)}$

13. $\int \cos x\cos(3x-4)dx$

14. $\int \cos^4 3xdx$

15. $\int e^x \sin^3(e^x+1)dx$

16. $\int \mathrm{ctg}^5 xdx$

17. $\int \frac{dx}{x(1+\sqrt[3]{x^2})}$

18. $\int \frac{dx}{(x^2+9)\sqrt{16+x^2}}$

Вариант 11.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{(x-4)^3}$

2. $\int \cos(\frac{5x}{2}+1)dx$

3. $\int \frac{(x^3+x)dx}{x^4+1}$

4. $\int \frac{\ln x dx}{x(\ln^2 x+3)}$

5. $\int \sin x \cos^{10} x dx$

6. $\int \frac{\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$

7. $\int x\cos(1-\frac{x}{2})dx$

8. $\int \sqrt{x^3} \ln x dx$

9. $\int \frac{(5x+4)dx}{x^2+14x-7}$

10. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-6x-1}}$

11. $\int \frac{2xdx}{(x+1)^2(x-1)}$

12. $\int \frac{dx}{x(x^2+4)}$

13. $\int \cos 10x \sin(2x+6)dx$

14. $\int \cos^2 3x \sin^2 3x dx$

15. $\int \sin^2 2x \cos^3 2x dx$

16. $\int x \mathrm{tg}^3 (x^2) dx$

17. $\int \frac{dx}{x(2\sqrt[3]{x}+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}dx}{x^2}$

Вариант 12.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \sqrt{3x+1}dx$

2. $\int \frac{dx}{\sin^2(4x-1)}$

3. $\int \frac{3dx}{x\sqrt{\ln x-7}}$

4. $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt[3]{\mathrm{tg} x}}$

5. $\int \frac{xdx}{(x^2+5)^3}$

6. $\int \frac{\sin\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}}$

7. $\int x\cos(3x-10)dx$

8. $\int x^3 \ln x dx$

9. $\int \frac{(8x+3)dx}{x^2-2x-10}$

10. $\int \frac{(3-5x)dx}{\sqrt{x^2+16x}}$

11. $\int \frac{(3x+2)dx}{(x^2-4)(x+1)}$

12. $\int \frac{dx}{x^2(x^2+1)}$

13. $\int \sin x \cos(3x+2)dx$

14. $\int \sin^4 5x dx$

15. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x}dx$

16. $\int \mathrm{ctg}^4 7x dx$

17. $\int \frac{dx}{x(2\sqrt{x}+\sqrt[4]{x})}$

18. $\int \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}dx}{x^2}$

Вариант 13.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{(4x-3)^{10}}$
2. $\int e^{7-6x}dx$
3. $\int \frac{dx}{x\ln^3 x}$
4. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+10}}$
5. $\int \frac{\sin xdx}{\cos^2 x+1}$
6. $\int \frac{e^x dx}{\sin^2(e^x)}$
7. $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$
8. $\int \frac{\ln xdx}{x^5}$
9. $\int \frac{(x+5)dx}{x^2+4x+5}$
10. $\int \frac{(2x+7)dx}{\sqrt{x^2-6x+6}}$
11. $\int \frac{dx}{x^3+x^2+x+1}$
12. $\int \frac{xdx}{(x^2-3x+2)(x+1)}$
13. $\int \cos 10x\cos xdx$
14. $\int \sin^2 5x\cos^2 5xdx$
15. $\int \frac{\sin^3 xdx}{\cos^2 x}$
16. $\int \frac{\mathrm{tg}^3(\ln x)dx}{x}$
17. $\int \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt[3]{x}+1}$
18. $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{(9-x^2)^3}}$

Вариант 14.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \sin(2x-7)dx$
2. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{3x+2}}$
3. $\int \frac{(x+x^2)dx}{x^2+4}$
4. $\int \frac{\cos\ln xdx}{x}$
5. $\int \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$
6. $\int \frac{(x+\mathrm{arctg}^3 x)dx}{1+x^2}$
7. $\int x\cos 3xdx$
8. $\int \arcsin xdx$
9. $\int \frac{(4x-5)dx}{3x^2+6x+1}$
10. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2-10x+15}}$
11. $\int \frac{xdx}{(x-2)^2(x^2-4)}$
12. $\int \frac{(3x+1)dx}{x(x^2+4)}$
13. $\int \sin(5x+1)\sin(3x-1)dx$
14. $\int \sin^4 3xdx$
15. $\int \sin^2 x\cos^3 xdx$
16. $\int \frac{\mathrm{ctg}^3(1-\ln x)dx}{x}$
17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[6]{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}+1)}$
18. $\int \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}dx}{x^6}$

Вариант 15.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{(3x^2+5x+1)dx}{x^2}$

2. $\int \frac{dx}{(4x-1)^4}$

3. $\int \frac{5dx}{x(\ln x-2)}$

4. $\int \frac{x^3 dx}{x^8+1}$

5. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}dx}{\sqrt{x}}$

6. $\int \sin x e^{\cos x} dx$

7. $\int x\sin(1-\frac{x}{2})dx$

8. $\int \frac{\ln x dx}{x^3}$

9. $\int \frac{(3x+1)dx}{x^2+8x-1}$

10. $\int \frac{(3-x)dx}{\sqrt{x^2-2x+14}}$

11. $\int \frac{(x+2)dx}{x^3-2x^2}$

12. $\int \frac{dx}{(x^2+x+1)x}$

13. $\int \sin(5x+2)\sin 3x dx$

14. $\int \sin^4 5x dx$

15. $\int \frac{\sin^3 \frac{x}{2} dx}{\cos^2 \frac{x}{2}}$

16. $\int e^x \operatorname{ctg}^2(1-e^x)dx$

17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(4-\sqrt[4]{x})}$

18. $\int \frac{\sqrt{x^2-4}dx}{x}$

Вариант 16.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\sqrt{2x+1}+\frac{3}{x-1})dx$

2. $\int 5^{2+4x}dx$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{x^2+4}}$

4. $\int \frac{\cos \ln x dx}{x}$

5. $\int \sin x \cos^{10} x dx$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{\arcsin x}}$

7. $\int x^2 e^{3x}dx$

8. $\int \sqrt{x}\ln x dx$

9. $\int \frac{3xdx}{\sqrt{x^2-6x-3}}$

10. $\int \frac{(\operatorname{ctg}x+2)dx}{\sin^2 x(\operatorname{ctg}^2 x+4\operatorname{ctg}x+1)}$

11. $\int \frac{dx}{(x-5)(x+1)^2}$

12. $\int \frac{(3x+1)dx}{x(x^2+9)}$

13. $\int \cos x \sin(4x-1)dx$

14. $\int \cos^2 x \sin^4 x dx$

15. $\int \frac{\cos^3 x dx}{3+\sin^2 x}$

16. $\int (1+\operatorname{tg}^4 x)dx$

17. $\int \frac{\sqrt{x}dx}{x-\sqrt[3]{x^2}}$

18. $\int \frac{x^5 dx}{\sqrt{1-x^2}}$

Вариант № 1.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y=(x-2)^3, \quad y=4x-8.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r=3\sin 2\varphi$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями $y=-x^2+5x-6, \quad y=0.$

4. Найти длину дуги кривой $y=2x^{\frac{3}{2}}$, отсеченной прямыми $x=0,\ x=11.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_a^{+\infty}\frac{dx}{x^2}, \quad (a>0).$$

Вариант № 2.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y=|\lg x|, \quad y=0, \quad x=0{,}1, \quad x=10.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r=a(1+\cos 2\varphi)$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями $y=3\sin x, \quad y=\sin x,\ 0\le x\le\pi.$

4. Вычислить площадь поверхности образованной вращением вокруг оси ОХ дуги кривой $y=\sqrt{x}$, отсеченной прямыми $x=\frac{5}{4},\ x=\frac{21}{4}.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{-2}^{2}\frac{2x\,dx}{x^2-1}$$

Вариант № 3.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1, \quad x=2a.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми

$r=a\cos 2\varphi$ и $r=\frac{a}{2}$ (вне круга).

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=\sin^2 x, \quad x=\frac{\pi}{2}, \quad y=0.$

4. Найти длину дуги кривой $x=\frac{2}{3}\sqrt{(y-1)^3}$, отсеченной прямыми $x=0,\ x=2\sqrt{3}.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^{1/e}\frac{dx}{x\ln^2 x}.$$

Вариант № 4.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми

$(x+1)^2+y^2=4, \quad y=(x+1)^2$ и содержащей точку (-1;1).

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$$r=a\sin(2\varphi+\frac{\pi}{4}).$$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=xe^x, \quad y=0, \quad x=1.$

4. Найти длину дуги кривой $y=\sqrt{2x-x^2}$, отсеченной прямыми $x=\frac{1}{4},\ x=1.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^1\frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$$

Вариант № 5.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y=-x^2, \quad y=-1.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r=a\cos 3\varphi$ вне круга радиуса $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2, \quad y=-x+2.$

4. Найти длину дуги кривой $y=-x^{\frac{2}{3}}-1$, отсеченной прямыми $x=0,\ x=5\sqrt{5}$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{2/\pi}^{+\infty}\frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}\,dx.$$

Вариант № 6.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y=x^2e^x, \quad y+1=e^x, \quad x+4=0, \quad x\le 0$.

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой
$r=3\cos 2\varphi$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $\dfrac{y}{b}=\left(\dfrac{x}{a}\right)^{2/3}, \quad y=0,\ x=a \quad (x\ge 0,\ a>0,\ b>0).$

4. Вычислить площадь поверхности образованной вращением вокруг оси OY дуги кривой $y=\dfrac{x^2}{2p}$, отсеченной прямыми $x=0,\ x=b\ (p>0, b>0)$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{0}^{+\infty}\sin x\,dx$$

Вариант № 7.

1. Найти площади фигур, ограниченных линиями

$$x^2+y^2=8, \quad y=\frac{x^2}{2}.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линией

$r=a\sin 4\varphi$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y=tgx^2, \quad x=\sqrt{\dfrac{\pi}{3}}, \quad y=0.$

4. Найти длину дуги кривой $y=\ln(x^2-1)$, отсеченной прямыми $x=2, x=5.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_2^{+\infty}\frac{dx}{x^2+x-2}.$$

Вариант № 8.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y=x^2, \quad y=\frac{x^3}{3}.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r=a(1-\cos 2\varphi)$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=1-x^2, \quad x=0, \quad x=\sqrt{y-2}, \quad x=1.$

4. Найти длину дуги кривой $y=\dfrac{4}{5}x^{\frac{5}{4}}$, отсеченной прямыми $x=0, x=9.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^1 \ln x dx$$

Вариант № 9.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \arccos x, \quad y = -\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a\sin 3\varphi$ вне круга радиуса $r = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = 5\cos x, \quad y = \cos x, x = 0, x \geq 0.$

4. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y = x^3$, от точки с абсциссой $x = 0$ до точки с абсциссой $x = 1$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^{+\infty} e^{-2x}\cos x dx.$$

Вариант № 10.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y^2 = x^3, \quad x = 1 + \sqrt{1 - y^2}.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$$r = 2 - \cos 2\varphi$$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $xy = k^2, \quad y = 0, x = a, x = b \quad (0 < a < b).$

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y = e^{-x}$, отсеченной прямыми $x = 0, x = a$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 11}$$

Вариант № 11.

1. Найти площади фигуры, ограниченной линиями
$y = |\ln x|, \quad y = 3, \quad x = 3.$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$r = 4\cos\varphi, \quad r = \dfrac{2}{\cos\varphi}$.
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 4x, \quad y = x.$
4. Найти длину дуги кривой $x^2 = 5y^3$, заключенной внутри окружности $x^2 + y^2 = 6.$
6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)
$$\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}.$$

Вариант № 12.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = (x+1)^2, \quad y^2 = x + 1$.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой
$r = a\sin 5\varphi.$
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = e^{x^2}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1.$
4. Найти длину дуги кривой $y^2 = (x-1)^3$, отсеченной прямой $x = 3.$
6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)
$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$$

Вариант № 13.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = e^x, \quad y = e^{3x}, \quad x = -1, \quad x = 3.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a\sin^3\varphi$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x, \quad y = 0, x = \dfrac{\pi}{2}$.

4. Дуга кривой $y = \dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$, отсеченная прямой $x = 1$вращается вокруг оси OX. Вычислить площадь поверхности вращения.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 8}.$$

Вариант № 14.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = arctgx, \quad y = \dfrac{\pi}{4}, \quad x = -1.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r = a\cos(3\varphi)$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $x = \sqrt[3]{y-2}, \quad x = 0, x = 1, y = 1.$

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OY дуги кривой $3x = 4\cos y$, между точками с ординатами $y = -\dfrac{\pi}{2}, y = 0$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{1}^{2} \frac{x\,dx}{\sqrt{x-1}}$$

Вариант № 15.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x=\sqrt{y^2+2},\quad y^2+x-4=0.$$

2. Найти площадь большей из фигур, ограниченных линиями

$$r=4\cos\varphi,\quad r=\frac{3}{\cos\varphi}.$$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной прямыми $y=|x-b|-a,\quad y=0\ (0<a<b)$.

4. Вычислить площадь поверхности, которая получается при вращении дуги кривой $y^2=2(x-1)$, отсеченной прямыми $y=0$ и $y=1$, вокруг оси OY.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^{+\infty} e^{-3x}\sin 2x\,dx.$$

Вариант № 16.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y=e^x,\quad y-2=0,\quad y=\ln x,\quad x+y=1.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$r=-6\sin\varphi,\quad \varphi=-\frac{\pi}{4},\quad \varphi=-\frac{3\pi}{4}$$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2,\quad y=-x+2,\ x=0.$

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y=\sin 2x$, между точками с абсциссами $x=0,\ x=\pi$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

Вариант № 17.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y=\sqrt{16-x^2},\quad y-0{,}5x-2=0,\quad y=x+4$. Область содержит точку (0;3).

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линией

$r=3+2\cos\varphi$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $2py=x^2,\quad y=|x|\ (p>0)$.

4. Дуга кривой $y^2=4+x$, отсеченная прямой $x=2$, вращается вокруг оси OX. Определить площадь поверхности вращения.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^1 \frac{\arcsin x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Вариант № 18.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y^2-x-1=0,\quad y-\sqrt{6}x=0,\quad x+y=0,\quad y\le 0$.

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$r=-4\cos\varphi,\quad \varphi=\frac{3\pi}{4},\quad \varphi=\frac{5\pi}{4}$ вне круга радиуса $r=2$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y=\cos x^2,\quad y=1,\ x=1$.

4. Найти длину дуги логарифмической спирали $r=e^{a\varphi}$, находящейся внутри окружности $r=1$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{6x-x^2-8}}$$

Индивидуальное домашнее задание
по статистике
«Обработка статистических данных»

1. Составить интервальный ряд распределения частот.
2. Построить полигон и гистограмму относительных частот.
3. Найти эмпирическую функцию распределения выборки и построить ее график.
4. Вычислить числовые характеристики выборки:
   а) выборочную среднюю;
   б) выборочную дисперсию;
   в) выборочное среднее квадратическое отклонение.
5. Выдвинув гипотезу о виде распределении выборки, найти точечные оценки параметров распределения выборки.
6. Проверить выдвинутую гипотезу о виде распределении выборки критерием согласия Пирсона и критерием согласия Колмогорова при уровне значимости α=0,05.
7. Построить на одном чертеже с гистограммой относительных частот график теоретической плотности вероятностей.
8. Построить на одном чертеже графики эмпирической и теоретической функций распределения.
9. Найти интервальные оценки параметров распределения выборки при уровне значимости.
10. Сравнить эмпирическую и теоретическую вероятности попадания случайной величины в интервал $[a-\sigma;\ a+\sigma]$, где a – точечная оценка математического ожидания генеральной совокупности, σ – точечная оценка среднего квадратического отклонения.
11. Сделать выводы.

ВАРИАНТ 11

66	72	54	59	78
75	56	68	56	74
77	64	62	71	64
55	76	39	78	62
59	58	51	59	62
65	59	67	74	63
65	67	64	67	59
71	52	61	56	84
90	57	67	60	62
50	70	69	74	61
51	68	55	68	85

ВАРИАНТ 12

66	57	45	57	65
62	55	78	66	64
66	62	62	63	75
59	65	52	58	68
66	71	53	52	50
64	64	68	69	58
66	53	70	71	75
80	66	59	64	70
65	69	79	73	56
62	72	71	66	74
74	79	76	63	67
77	61	54	76	56

ВАРИАНТ 13

78	56	53	63	63
43	65	75	62	59
68	63	51	57	52
63	75	73	55	70
71	51	62	73	71
75	71	77	68	67
64	64	60	72	55
75	66	76	68	66
51	71	72	67	69
84	56	74	41	78
78	62	64	53	68
67	66	75	65	62
67	63	66	53	68
54	69	77	63	73

ВАРИАНТ 21

51	54	48	64	56
54	57	54	67	48
46	66	50	64	51
48	54	61	60	54
46	68	57	52	49
64	61	57	64	60
63	44	55	55	50
54	69	70	60	46
54	55	65	54	57
48	56	54	59	48
55	52	68	39	57

ВАРИАНТ 22

60	63	55	64	50
46	52	61	62	43
58	68	42	51	54
52	44	51	57	56
54	67	55	60	54
56	73	54	57	59
48	54	64	64	60
55	51	47	64	65
54	60	56	49	43
60	58	44	56	74
60	56	63	60	63
55	36	60	52	55
51	59	67	53	53

ВАРИАНТ 23

58	59	56	56	51
44	48	59	68	51
61	54	61	45	51
56	50	60	68	57
50	50	59	57	53
53	57	63	49	47
48	58	50	54	51
52	53	56	52	52
64	65	51	52	60
55	51	51	46	51
62	65	51	65	52
62	53	52	47	60
52	50	39	66	51
46	53	58	55	67
48	60	54	47	54

ВАРИАНТ 31

45	41	48	43	43
44	46	43	43	39
49	49	34	50	41
56	41	42	38	45
47	44	43	47	44
46	42	43	40	50
45	45	43	41	36
43	42	36	37	36
40	41	44	48	46
49	39	38	38	49
45	45	47	35	50

ВАРИАНТ 32

45	43	42	39	49
37	36	45	49	35
46	44	48	40	45
36	39	44	42	34
39	45	41	44	35
40	39	33	36	47
36	51	43	43	41
36	48	33	51	35
42	40	37	50	48
39	39	40	40	44
35	46	44	42	41
45	42	38	42	38

ВАРИАНТ 33

39	46	42	54	42
48	42	51	42	48
48	37	38	40	41
54	36	45	43	41
50	38	41	44	36
49	45	36	44	49
44	43	45	37	41
39	32	49	50	40
45	50	40	43	38
48	37	42	42	42
43	41	42	36	51
41	46	44	32	42
38	37	45	48	49
39	49	47	39	44

ВАРИАНТ 41

87	89	88	88	92
90	86	86	98	89
82	96	87	87	91
83	83	81	90	83
98	96	80	86	91
83	89	71	82	79
73	92	84	78	89
90	82	86	92	83
88	94	73	90	85
96	84	86	80	89
87	89	84	84	80

ВАРИАНТ 42

89	96	79	79	89
93	87	83	97	85
82	91	71	85	86
96	80	86	85	91
98	84	88	94	82
89	78	93	99	85
107	84	77	93	81
79	92	99	82	90
92	89	86	75	90
86	88	80	83	79
86	90	70	85	95
92	84	85	81	91
81	86	87	93	98

ВАРИАНТ 43

90	102	94	90	90
89	96	86	99	93
79	97	95	92	73
94	84	84	75	91
83	84	77	92	86
81	90	91	77	83
87	76	80	93	72
87	87	96	102	80
100	85	86	85	67
102	93	83	81	87
97	99	96	85	90
105	94	82	82	86
81	85	87	90	76
88	102	79	95	87

ВАРИАНТ 51

37	32	53	37	33
36	36	39	47	29
37	45	46	45	32
38	38	50	36	26
39	39	41	44	40
39	35	39	34	38
26	45	38	36	46
40	48	44	40	37
40	28	39	49	30
50	49	35	30	40
43	42	38	39	33

ВАРИАНТ 52

37	45	38	39	36
39	34	37	34	41
49	31	34	29	40
43	38	32	40	51
35	32	41	42	37
55	40	30	27	33
31	30	36	40	43
41	37	40	36	37
42	40	38	34	39
26	32	30	38	37
36	30	34	37	35
31	35	41	48	37
47	38	41	35	25

ВАРИАНТ 53

47	39	40	32	39
43	31	35	33	28
38	37	41	29	46
24	42	34	35	40
30	37	35	41	41
40	36	45	35	39
30	44	29	44	42
47	41	40	45	37
46	36	41	40	33
39	36	49	35	35
46	41	42	40	48
30	32	37	47	26
44	36	41	35	39
32	39	41	46	36

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму.
2-5. Исследовать на сходимость указанные ряды с положительными членами.
6, 7. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды.
8, 9. Найти область сходимости степенного ряда.
10. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x)$. Указать область сходимости полученного ряда к этой функции.
11. Вычислить указанную величину приближенно с заданной степенью точности ε, воспользовавшись разложением в степенной ряд соответствующим образом подобранной функции.

ВАРИАНТ 1	**ВАРИАНТ 2**
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+2)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n(n+2)!}{n^5}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{4n^2+1}\right)^2$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+2}}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)\cdot 3^n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^n}{n^2+1}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}$. 10. $f(x)=\cos 5x$. 11. e, $\varepsilon=0.0001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+4^n}{12^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+1}{5^n(n+1)!}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+2)\ln(3n+2)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^5}}$. 6. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\,x^{n-1}}{2^{n-1}.3^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}$. 10. $f(x)=x^3\operatorname{arctg}x$. 11. $\sqrt[5]{250}$, $\varepsilon=0.01$.
ВАРИАНТ 3	**ВАРИАНТ 4**
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+5)(2n+7)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7}{8}\right)^n\left(\frac{1}{n}\right)^7$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2n+1}\right)^n$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)\ln^3(2n+1)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5n+2}$. 6. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{3n}}{8^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{2^n}$. 10. $f(x)=\sin x^2$. 11. $\sin 1$, $\varepsilon=0.00001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+5^n}{10^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}(2n+1)\operatorname{tg}\frac{\pi}{3^n}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln(n+2))^n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+3n}}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{6n+5}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot 2^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n^2}$. 10. $f(x)=\frac{x^2}{1+x}$. 11. $\sqrt{1.3}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 5

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+5)(n+6)}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{\frac{n}{2}}}{3^n}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{2^n}\right)^{3n}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+4)\ln^2(3n+4)}$.

5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^5}}$.

7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 2^n}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$.

9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n!}$.

10. $f(x)=\cos\left(\frac{2}{3}x^2\right)$.

11. $\operatorname{arctg}\frac{\pi}{10}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 6

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n-2^n}{10^n}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4\cdot 5\ldots(n+3)}{5\cdot 7\ldots(2n+3)}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+5n+8}{3n^2-2}\right)^n$

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^5}}$.

5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln(n+2)}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$.

7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot 2^n}{n^4}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$.

9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{(n+1)!}$.

10. $f(x)=\frac{2}{1-3x^2}$.

11. $\ln 3$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 7

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+9)(2n+7)}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n-3^n}{12^n}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{5^n}\right)^n$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+7}{n^2+49}\right)^2$.

5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{3^n}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n 2^n}{2n-1}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}$.

10. $f(x)=\sin\left(\frac{2}{3}x^4\right)$

11. $\frac{1}{\sqrt{e}}$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 8

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n-3^n}{12^n}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 7\ldots(6n-5)}{2\cdot 3\ldots(n+1)}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}\frac{1}{2^n}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-1)\ln(3n-1)}$.

5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n-1}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n^2+1)}{n^3}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}(\ln x)^n$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{\sqrt[3]{n+1}\sqrt{n^2+1}}$.

10. $f(x)=\frac{1}{1+x}$.

11. $\lg e$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 9

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+7)(n+6)}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n(n+1)}{5^n}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}$.

4. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}\ln\frac{n+1}{n-1}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{\pi}{3^n}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+1}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^3+1}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}2^n(x+2)^n$.

10. $f(x)=e^{3x}$.

11. π, $\varepsilon=0.00001$.

ВАРИАНТ 10

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+5^n}{15^n}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+2)!}{n^n}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{5^n}\right)^{3n}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(5n-2)\ln(5n-2)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{n(n+1)}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot\sqrt[3]{n}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(\ln(n+1))^n}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{3n}}{(n^2+1)\cdot 8^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n^2}$.

10. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{e^x}}$. 11. e^2, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 11

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+9)(n+10)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n\cdot\sin\frac{2\pi}{3^n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln(n+3))^n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6+n}{n^2+36}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{n^2+1}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$.
7. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln^2 n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!(x+10)^n}{n^n}$.
10. $f(x)=e^{-\frac{x^2}{2}}$.
11. $\cos 2^\circ$, $\varepsilon = 0.001$.

ВАРИАНТ 12

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n-3^n}{15^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^{\frac{n}{2}}}{n!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2-3n-1}\right)^{n^2}$.
4. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln^2 n}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln(n+3)}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+5)}{3^n}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n\mathrm{tg}\frac{\pi}{2^n}$.
9. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+5)^{n^2}}{(n+1)^n}$.
10. $f(x)=e^{-x^2}$. 11. $\sqrt[3]{80}$, $\varepsilon = 0.001$.

ВАРИАНТ 13

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+7)(n+8)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{5^n(n+3)!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{(3n-1)^4}}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{3n^2+5}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{3n-1}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n\ln n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}$. 9. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sqrt{\ln^3(n+1)}}{n+1}(x+1)^n$.
10. $f(x)=2^{-x^2}$. 11. $\ln 5$, $\varepsilon = 0.001$.

ВАРИАНТ 14

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+7^n}{14^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 6\ldots(5n-4)}{3\cdot 7\ldots(4n-1)}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{\pi}{n^3}\right)^{2n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)\ln(n+2)}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n^2-n+1}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n-1}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{(n+1)!}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!x^n}{n^n}$. 9. $\sum_{n=0}^{\infty}(2-x)^n\sin\frac{\pi}{2^n}$.
10. $f(x)=5^x$. 11. $\mathrm{arctg}\frac{1}{2}$, $\varepsilon = 0.001$.

ВАРИАНТ 15

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)(n+3)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(n+3)!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(10n+5)\ln(10n+5)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2^{n-1}}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n-1)\cdot 3^n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{12^n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n+1}}{5^{n+1}n}$. 9. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(3-2x)^n}{n\ln^2 n}$.
10. $f(x)=x\cos\sqrt{x}$.
11. $\sqrt[6]{738}$, $\varepsilon = 0.001$.

ВАРИАНТ 16

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n-2^n}{14^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n^3\mathrm{tg}\frac{2\pi}{5^n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[6]{(2n+3)^7}}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n(n+4)}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)^{3/2}}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$. 9. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$.
10. $f(x)=\frac{\sin 3x}{x}$.
11. $\sqrt[3]{e}$, $\varepsilon = 0.00001$.

ВАРИАНТ 17

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+3)(n+4)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+3}{(n+1)!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln^3(n+1))^n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{25+n^2}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{2\pi}{3^n}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{9n-1}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(0.1)^n x^{2n}}{n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n^2}$.
10. $f(x)=xe^{-x}$.
11. $\sin 1°$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 18

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n+5^n}{20^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(2n+3)!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n-1}{3n}\right)^{n^2}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+3)\ln(n+3)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+3)}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n^2+1}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}(\lg x)^n$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{(2n-1)\cdot 2^n}$.
10. $f(x)=x^2\sin x$.
11. $\sqrt[3]{8.36}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 19

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+5)(n+4)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^n}{n!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{3^n}\right)^n$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)\ln^5(2n+3)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 3^{2n}}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(5n+1)^n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{5^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt[3]{n+2}(x-2)^n}{n+1}$.
10. $f(x)=\frac{\sin x}{x}$.
11. $\ln 10$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 20

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n-4^n}{20^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\cdot 5\ldots(3n-1)}{3\cdot 7\ldots(4n-1)}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n}\right)^{n^2}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[8]{(9n+4)^5}}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)\cdot 3^n}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 5^n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\ln n}{7^n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n x^n}{(2n+1)^2\sqrt{3^n}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^{2n-1}}{2n\cdot 4^n}$.
10. $f(x)=\frac{\operatorname{arctg} x}{x}$.
11. $\arcsin\frac{1}{3}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 21

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}(3n-1)\sin\frac{\pi}{4^n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2-n-1}{7n^2+3n+4}\right)^n$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(9n-4)\ln^2(9n-4)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n\sqrt[3]{n}}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n!}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{\sqrt{n}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n(2n-1)^n}{2^{n-1}n^n}$.
10. $f(x)=x^3\cos x$.
11. $\lg 7$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 22

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n+3^n}{21^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^n$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{n^2-2n+9}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2n-1}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 3}{\ln(n+1)}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n^3}{n^2+1}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot 2^n}{\sqrt{n}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{n^2}$.
10. $f(x)=2^x$.
11. $\sqrt{e}$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 23

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{\sqrt{n\cdot 7^n}}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{3n}\right)^{2n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^3+2}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{5n(n+1)}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\sin\frac{\pi}{8^n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-x)^{n+1}}{n^3}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}$.
10. $f(x)=3^x$.
11. $\cos 10°$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 24

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n-3^n}{21^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 5\ldots(4n-3)}{1\cdot 4\ldots(3n-2)}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n}\right)^{5n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[8]{(7n-5)^3}}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{4n}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot 3^n}{2n+2}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot 3^n}{\sqrt[3]{n}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(x-2)^{2n}}{2n}$.
10. $f(x)=e^{-2x}$.
11. $\cos 10°$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 25

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{4n!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{5^n}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+4)\ln(n+4)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^3+1}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot 3^n}{(2n+1)^n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+4)}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2^n\sqrt{3n-1}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^{2n}}{n\cdot 9^n}$.
10. $f(x)=x\,\mathrm{arctg}\,x$.
11. $\sqrt[10]{1080}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 26

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8^n+3^n}{24^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\ldots(2n-1)}{2\cdot 7\ldots(5n-3)}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\mathrm{tg}\frac{\pi}{2n+1}\right)^n$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(8n+3)\ln^3(8n+3)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n^2+5}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+5}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin^n\frac{\pi}{6n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot 2^n}{\sqrt{2n-1}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(x-2)^n}{(n+1)\ln(n+1)}$.
10. $f(x)=x\sin x^2$.
11. $\frac{1}{e}$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 27

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(n+1)!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{\pi}{5n+1}\right)^n$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{(4n-3)^3}}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+4}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+5)}{3^n}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}(2n+1)}{n(n+2)}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n(n+1)^2}{2^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n\cdot 5^n}$.
10. $f(x)=x\cos x^3$.
11. $\sin\frac{\pi}{10}$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 28

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8^n-3^n}{24^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)^3}{(2n)!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\mathrm{arctg}\frac{1}{2n-1}\right)^{2n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(10n+3)\ln^2(10n+3)}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n^2+4}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+7)^n}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n-3)}{n^2-1}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot 5^n}{\sqrt[3]{n}\cdot 6^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n(2n-1)^n}{(3n-2)^n}$.
10. $f(x)=x\sin x^4$.
11. $\sqrt[4]{90}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 29	**ВАРИАНТ 30**
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+2)(3n+5)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^n(2n+1)}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n}{\ln^n(n+5)}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^2-n+4}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5n^2+3}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(3n-2)!}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}\cdot\sqrt[5]{(n+1)^3}}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}x^n\mathrm{tg}\frac{1}{n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^{2n}}{(n+1)\ln(n+1)}$. 10. $f(x)=x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$. 11. $\frac{1}{\sqrt[7]{136}}$, $\varepsilon=0.001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{9^n-2^n}{18^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{\sqrt{n\cdot2^n}}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{n+3}{2n+5}\right)^n$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+5)\ln(n+5)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+6)}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n n\ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{4n}{5n+1}\right)^n$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{5^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(x-5)^n}{n\cdot3^n}$. 10. $f(x)=x\cdot5^x$. 11. $\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$, $\varepsilon=0.001$.

Вариант 1

1. При изготовлении детали заготовка должна пройти 3 операции. Предполагается, что появление брака при отдельных операциях – события независимые, причем вероятность брака на первой операции равна 0,03 , на второй – 0,01 , на третьей – 0,02 . Составить закон распределения числа стандартных деталей из четырех готовых деталей. Написать функцию распределения и построить ее график.
2. На заводе 30% изделий – это продукция высшего сорта. Лаборатория закупила партию из 6 изделий этого завода. Чему равна вероятность того, что 4 из них – высшего сорта?

3. При контролируемом производственном процессе доля брака не превышает 0,02. При обнаружении в партии из 450 изделий более пяти бракованных вся партия задерживается. Найти вероятность того, что партия будет принята.

4. Вероятность изготовления стандартной детали на автомате равна 0,95. Изготовлена партия в 200 деталей. Определить наиболее вероятное число нестандартных деталей в этой партии и найти вероятность этого количества нестандартных деталей. Указать, какое распределение имеет число нестандартных деталей, найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \le 0 \\ \dfrac{x^2}{121}, 0 < x \le 11 \\ 1, x > 11 \end{cases}$$

Найти: 1) функцию плотности распределения случайной величины *X*;

2) математическое ожидание; 3) дисперсию; 4) медиану; 5) $P\{8 < X < 14\}$.

6. Найти функцию распределения случайной величины *X*, если задана плотность распределения случайной величины *X*:

$$f(x) = \frac{1}{a}(1 - \frac{|x|}{a}), x \in [-a, a].$$

7. Считается, что отклонение длины изготавливаемых стержней от стандарта является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Если стандартная длина равна 40 см, среднее квадратическое отклонение равно 0,4 см, то какую точность длины стержня можно гарантировать с вероятностью 0,8.
8. По данным проверки качества выпускаемых запчастей определенного вида брак составляет 15%. Определить вероятность того, что в партии из 450 запчастей пригодных будет не менее 300.

Вариант 2

1. Обрыв связи произошел на одном из пяти звеньев телефонного кабеля. Мастер последовательно проверяет звенья цепи, пока не обнаружит места обрыва. Составить закон распределения числа проверенных мастером звеньев, если вероятность обрыва связи одинакова для всех звеньев. Написать функцию распределения этой случайной величины и построить её график.
2. Вероятность выигрыша по облигации займа за все время его действия, равна 0.25. Найти вероятность того, что купив 8 облигаций, вы выиграете по 6 из них.
3. Вероятность того, что в некотором автопарке одна машина потерпит аварию в течение месяца, равна 0.001. В автопарке имеется 300 автомашин. Найти вероятность того, что в течение месяца потерпят аварию не более трех из них.
4 .Доля изделий высшего сорта на данном предприятии составляет 31%. Чему равно наивероятнейшее число изделий высшего сорта в случае отобранной партии из 75 изделий? Какому закону подчиняется случайное число изделий высшего сорта? Вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ \dfrac{x}{a}\left(2-\dfrac{x}{a}\right) & ,x\in[0,a]\\ 1 & ,x>a\end{cases}.$$

Найти функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X и вычислить: 1) математическое ожидание, 2) дисперсию, 3) $P\left\{\dfrac{a}{2}<X<2a\right\}$, 4) медиану.

6. Дана плотность распределения случайной величины *X*:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{3} & ,x\in[0,\pi/2]\\ \dfrac{2}{3\pi} & ,x\in(\pi/2,3\pi/2]\\ 0 & ,x\notin[0,3\pi/2]\end{cases}.$$

Восстановить функцию распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Будем считать, что рост женщин является случайной величиной *X*, распределенной по нормальному закону с параметрами ***M****X*= 164 см, ***σ****(X)*= 5.5 см. Найти вероятность того, что ни одна из пяти наудачу выбранных женщин не имеет рост более 160 см.
8. По многолетним данным в некотором институте было установлено, что весеннюю сессию успешно и в срок сдают 80% студентов. Какова вероятность того, что в ближайшую весеннюю сессию из случайно выбранной группы студентов в количестве 300 человек сессию успешно сдадут не менее 220 человек?

Вариант 3

1. Рассмотрим модель блуждания некоторой частицы под воздействием случайных сил. Пусть частица выходит из нуля и через единицу времени делает шаг на единицу вверх или вниз, с вероятностью $2/3$ и $1/3$ соответственно. Найти закон распределения ординаты *Y*, определяющей положение частицы после 3 шагов. Построить график функции распределения.
2. В некоторой области вероятность рождения мальчика равна 0.515. Найти вероятность того, что среди 10 новорожденных будет ровно 4 девочки.
3. С завода на базу отправлено 4000 изделий. Вероятность того, что одно изделие повредится в пути, равна 0.0005. Найти вероятность того, что на базе окажется от трех до пяти испорченных изделий.
4. Вероятность появления брака при изготовлении линейки равна 0.035. Пусть *X* – число бракованных линеек в партии из 500 штук. Указать тип распределения случайной величины *X*, ее математическое ожидание, найти наивероятнейшее число бракованных линеек.
5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<2\\ \dfrac{x}{2}-1 & ,2\le x\le 4\\ 1 & ,x>4\end{cases}.$$

Определить: 1) функцию плотности распределения вероятностей, 2) математическое ожидание, 3) дисперсию, 4) $P\{2<X<3\}$, 5) медиану.
6. Дана функция плотности распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{6} & ,x\in[-2,-1]\\ \dfrac{(x+1)^2}{2} & ,x\in[-1,0]\\ \dfrac{1-x}{2} & ,x\in[0,1]\\ \dfrac{1}{12} & ,x\in[1,6]\\ 0 & ,x\notin[-2,6]\end{cases}.$$

Найти функцию распределения этой случайной величины.
7. Расстояние между населенными пунктами, полученное в результате измерений, имеет нормальное распределение со средним 16 км и средним квадратическим отклонением 100 м. Найти вероятность того, что расстояние между населенными пунктами не менее 15.75 км и не более 16.3 км.
8. При длительном хранении вышло из строя 36% деталей. Найти вероятность того, что из выбранных 400 деталей годных не менее 150.

Вариант 4

1. В ячейке ЭВМ записано 10-разрядное двоичное число. Каждый знак этого числа, независимо от остальных, принимает с равной вероятностью два значения: "0"или "1". Случайная величина *X* - число знаков "1" в записи двоичного числа. Составить закон распределения случайной величины *X*, и найти $P\{X > 3\}$. Написать функцию распределения и построить ее график.
2. В урне 10 белых и 5 черных шаров. Чему равна вероятность того, что при вынимании наудачу с возвращением 14 шаров не менее 8 из них будут белого цвета?
3. Районная электростанция обеспечивает сеть с 10 000 лампами, вероятность включения каждой из которых вечером равна 0.6 %. Определить вероятность того, что одновременно будет включено в вечернее время ровно половина из них?
4. Брак при изготовлении штампованных деталей составляет 5 %. Сколько нужно взять деталей, чтобы наиболее вероятное число годных деталей равнялось 10? Какому распределению подчиняется случайная величина *X*, равная числу годных деталей, и чему равно ее математическое ожидание и дисперсия?
5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \sin 2x & , 0 \le x \le \pi/4 \\ 1 & , x > \pi/4 \end{cases}.$$

Определить:
1) функцию плотности распределения этой случайной величины, 2) математическое ожидание, 3) дисперсию, 4) медиану, 5) $P\{X > \pi/8\}$.
6. Плотность распределения вероятностей случайной величины *X* имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} - \frac{x^2}{16} & , x \in [0,2] \\ \frac{1}{3} & , x \in [3,5] \\ 0 & , x \notin [0,2] \cup [3,5] \end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей этой случайной величины.

7. Ошибки измерения распределены нормально, причем математическое ожидание равно нулю, а среднее квадратичное отклонение равно 20 мм. Найти вероятность того, что из двух независимых измерений хотя бы в одном ошибка по модулю будет не больше 10мм.
8. Изоляция провода может быть равновероятно пробита в любой точке**.** Найти вероятность того, что из 450 проводов изоляция пробита на первой трети длины менее чем у 140.

Вариант 5

1. По цифровому каналу связи передаются две цифры 0 и 1. Помехи в канале связи приводят к тому, что 1 может с вероятностью 0.2 перейти в 0, а 0 с вероятностью 0.1 перейти в 1. Вероятности появления на входе канала 0 и 1 равны $1/2$. Пусть X - полученная цифра. Найти распределение случайной величины X. Построить график функции распределения.
2. Всхожесть семян пшеницы составляет 90%. Найти вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдет не менее 5.
3. На факультете учится 1000 студентов. Вероятность попадания дня рождения студента на определенный день года $1/365$. Определить вероятность того, что ровно у трех студентов дни рождения совпадают.
4. Два друга купили лотерейные билеты. Один – 10, а другой 15. Определить наиболее вероятное число билетов, по которым может выиграть каждый из них, если вероятность выигрыша билета - $1/4$. Найти математическое ожидание и дисперсию числа выигрышных билетов для первого.

5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & ,x<0 \\ x & ,0\le x\le \frac{1}{4} \\ 2x-\frac{1}{4} & ,\frac{1}{4}<x\le \frac{5}{8} \\ 1 & ,x>\frac{5}{8} \end{cases}.$$

Найти: 1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X**,**

2) математическое ожидание, 3)дисперсию, 4)медиану, 5) $P\left\{\frac{1}{8}<X<1\right\}$.

6. Найти функцию распределения случайной величины X, если дана плотность распределения вероятностей этой случайной величины:

$$f(x)=\begin{cases} \frac{a+x}{a^2} & ,x\in(-a,0) \\ \frac{a-x}{a^2} & ,x\in(0,a) \\ 0 & ,x\notin(-a,0)\cup(0,a) \end{cases}.$$

7. Случайные ошибки наблюдения имеют нормальное распределение, причем систематические ошибки отсутствуют, а среднее квадратическое отклонение равно 20 мм. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений хотя бы одно имеет ошибку более 5 мм.
8. Среди металлических клемм 95% стандартных. Определить вероятность того, что среди 1200 клемм не более 50 нестандартных.

Вариант 6

1. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов, вероятности безотказной работы которых за время Т соответственно равны: 0.7; 0.8;0.9. Составить закон распределения случайной величины X = {число элементов, исправно проработавших в течение времени Т}. Написать функцию распределения и построить её график.

2. В магазин вошли 12 покупателей.. Найти вероятность того, что 4 из них что-нибудь купят, если вероятность совершить покупку для каждого из вошедших одна и та же и равна 0.2.

3. Торговая база получила 10 000 электрических лампочек. Вероятность повреждений электролампочек в пути равна 0.0001. Определить вероятность того, что в пути будет повреждено четыре электролампочки.

4. Чему равна вероятность наступления события A в каждом испытании, если наивероятнейшее число наступления события A в отдельном испытаний составляет 15, а всего было произведено 20 испытаний? Найти математическое ожидание и дисперсию числа наступлений события A.

5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<1\\ a\left(x^2-2x+1\right) & ,1\le x\le 2\\ 1 & ,x>2\end{cases}.$$

Определить: 1) параметр a, 2) функцию плотности распределения вероятностей; 3) математическое ожидание,

4) дисперсию, 5) $P\left\{\frac{1}{2}<X<3\right\}$, 6) медиану.

6. Дана функция плотности распределения вероятностей случайной величины X:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{16} & ,-5\le x\le -3\\ \frac{1}{2}-\frac{x}{4} & ,0\le x\le 2\\ \frac{3}{x^4} & ,x>2\\ 0 & ,x\notin[-5,-3]\cup[0,\infty)\end{cases}.$$

Найти функцию распределения этой случайной величины.

7. Случайная величина X подчинена нормальному закону с математическим ожиданием m и средним квадратическим отклонением σ. Вычислить, с точностью до 0,01 вероятности попадания значений случайной величины X на участки (m+σ,m+2σ) и (m+2σ,m+3σ).

8. Подлежит исследованию 400 проб руды. Вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе для всех, проб одинакова и равна 0.8. Найти вероятность того, что число проб с промышленным содержанием металла будет заключено между 290 и 350 .

Вариант 7

1. С первого автомата поступают на сборку 60%, а со второго 40% одних и тех же деталей. На первом автомате брак составляет 1%, а на втором 6%, Составить закон распределения числа бракованных деталей из трех взятых наудачу для контроля. Написать функцию распределения и построить её график.
2. В отделении связи у окошка с надписью "Выдача корреспонденции до востребования" стоит очередь из 6 человек, для каждого из них вероятность получения письма равна 0.3. Найти вероятность того, что только трое из стоящих в очереди получат письма?
3. Радиоаппаратура состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа каждого элемента в течение суток равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. Найти вероятность отказа не менее двух за сутки.
4. В институте обучается 1000 студентов. Пусть вероятность того, что день рождения студента приходится на определенный день в году, равна $1/365$. Определить наивероятнейшее число студентов родившихся 1 января.

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<2\\ (x-2)^2 & ,2\le x\le 3\\ 1 & ,x>3\end{cases}.$$

Найти: 1) функцию плотности распределения случайной величины X;
2) математическое ожидание; 3) дисперсию, 4) медиану.
6. Пусть известна функция плотности распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x)=\begin{cases}1/4 & ,x\in[-4,-2]\\ 2/x^2 & ,x\ge 4\\ 0 & ,x\notin[-4,-2]\cup[4,\infty)\end{cases}.$$

Написать выражение функции распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Отклонение длины изготавливаемых деталей от стандарта является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Если стандартная длина равна 40 см, а среднее квадратическое отклонение равно 40 мм, то какую тогда точность длины детали можно гарантировать с вероятностью 0.8?
8. На партии сухих батареек стерлось обозначение полярности. Какова вероятность того, что из 1600 штук, поставленных в схему, от 320 до 850 будут поставлены правильно?

Вариант 8

1. Производятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался, надежным. Составить закон распределения случайного числа испытанных приборов, если вероятность выдержать для каждого из них равна 0.9. Написать функцию распределения и построить её график.
2. Из последовательности чисел 1,2,...,99 отмечают наугад, десять, причем каждый раз выборка производится из полного набора чисел. Чему равна вероятность того, что среди отмеченных чисел не более двух окажутся числами, кратными 7?
3. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность, того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0.003. Найти вероятность того, что магазин получит хотя бы одну разбитую бутылку.
4. Произведено 35 независимых испытаний, причем установлено, что наивероятнейшее число появлений события *A* в этих испытаниях оказалось равным 20. Какова вероятность наступления события? Указать тип распределения случайной величины:

X={число появлений события A} и найти MX и DX

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{1}{2}(1 - \cos x) & , 0 \le x \le \pi \\ 1 & , x > \pi \end{cases}.$$

Найти: 1) Функцию плотности распределения вероятностей случайной величины;

2) математическое ожидание; 3)дисперсию; 4) $P\{X < \pi/2\}$; 5) медиану.

6. Плотность распределения вероятностей случайной величины X равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{1}{2} & , x \in [-1, 0] \\ \frac{3}{x^2} & , x \ge 4 \\ 0 & , x \notin [-1, 0] \cup [4, \infty) \end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Цех занимается нарезкой труб определённой длины. Отклонение длины трубы от запланированной, равной 2м, является случайной величиной с нормальным законом распределения, причем σ=0.4м. Какова будет гарантированная точность длины трубы, при принятой надежности 0.85?
8. Вероятность изготовления стандартных изделий автоматом равна 0.6. Из 1000 изделий этого автомата произведена бесповторная выборка объемом в 300 деталей. Определить вероятность того, что в этой выборке будет от 200 до 225 стандартных изделий.

Вариант 9

1. Среди поступивших в ремонт семи часов пять нуждаются в общей чистке. Часы не отсортированы. Мастер по очереди осматривает часы и, найдя нуждающиеся в общей чистке, останавливает поиск. Найти закон распределения числа просмотренных мастером часов. Написать функцию распределения и построить ее график.
2. В цехе работает 14 станков, причем вероятность остановки каждого из них в течение часа равна 0.8. Какова вероятность того, что в течение этого времени остановится не менее трех станков?
3. В некотором населенном пункте проживает 10 000 взрослых человек. Предполагается известным, что вероятность того, что житель данного пункта выскажется в поддержку некоторого мероприятия, равна 0.02. Корреспондент областной газеты выбрал случайным образом 100 человек для выяснения общественного мнения об этом мероприятии. Какова вероятность того, что из 100 опрошенных корреспондентом человек в пользу данного мероприятия высказалось не более трех человек?
4. По данным многолетних наблюдений установлено, что в сентябре число ненастных дней для данной местности в среднем равно 10. Определить наивероятнейшее число ясных дней в первой половине сентября. Найти математическое ожидание и дисперсию числа ясных дней в первой половине сентября.
5. Дана функция распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<-3\\ \dfrac{c(x+3)}{6} & ,x\in[-3,3].\\ c & ,x>3\end{cases}$$

Найти: 1) параметр *c*, 2) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*; 3) математическое ожидание, 4) дисперсию, 5) медиану, 6) $P\{1<X<3\}$.
6. Плотность распределения вероятностей случайной величины *X* равна:

$$f(x)=\begin{cases}2-x & ,x\in[1,2]\\ \dfrac{25}{x^3} & ,x\geq 5\\ 0 & ,x\notin[1,2]\cup[5,\infty)\end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Изделие считается высшего качества, если отклонение его размеров от номинала не превосходит по абсолютной величине 3.45 мм. Случайные отклонения размера изделия от номинала имеют нормальное распределение со средним квадратическим отклонением 3 мм. Предполагая отсутствий систематических отклонений, определить среднее число изделий высшего качества среди четырех изготовленных.
8.Найти вероятность того, что в партии из 800 изделий число изделий высшего сорта заключено между 350 и 700, если вероятность того, что отдельное изделие будет высшего сорта, равна 0.42.

ВАРИАНТ 1

1. Техническое устройство состоит из двух блоков первого типа и двух блоков второго типа. Пусть событие Bi (i=1, 2) означает работоспособность i - го блока первого типа, а событие Ci работоспособность i - го блока второго типа. Для нормальной работы устройства (событие A) необходимо, чтобы работали хотя бы один блок первого типа и оба блока второго типа. Найти множество элементарных исходов. Выразить событие в поле событий через элементарные исходы и непосредственно через события B_1, B_2, C_1, C_2.
2. На горизонтальную поверхность стола бросают две правильные игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших на верхних гранях очков чётно.
3. У сборщика имеется 20 деталей, среди которых 5 нестандартных. Наудачу сборщик выбирает для работы 10 деталей. Какова вероятность того, что среди этих десяти деталей будет: а) хотя бы одна нестандартная, б) три нестандартных.
4. В работе трех независимо работающих линий связи из-за технических неполадок могут происходить сбои. Вероятность того, что в течение дня произойдут сбои в работе первой линии связи равна 0,1. Для второй линии связи эта вероятность равна 0,15, для третьей – 0,25. Определить, вероятность того, что по крайней мере две линии связи будут работать бесперебойно в течение дня.
5. Вероятность того, что наудачу выбранный прибор данной серий не откажет в момент включения, равна 0,99, а вероятность того, что прибор, не отказавший в момент включения, проработает время t , равна 0,8. Определить вероятность того, что наудачу выбранный прибор данной серии проработаёт время t.
6. Вероятность того, что событие A произойдет в каждом из десяти независимых опытов, равна 0,7. Найти вероятность того, что событие A произойдет не менее 4-х раз.
7. Три завода производят однотипные изделия в количественном соотношении 5 : 3 : 1 и поставляют свою продукцию на распределительную базу. Среди изделий первого завода – 10% составляют изделия высшего качества, среди изделий второго завода – 20%, третьего – 50%. Найти вероятность того, что наудачу взятое с базы изделие - высшего качества.
8. Расследуются причины неудачного пуска агрегата, о котором можно высказать четыре предположения (гипотезы): H_1, H_2 ,H_3 или H_4. По данным статистики, $P(H_1)=0,2$, $P(H_2)=0,4$, $P(H_3)=0,3$, $P(H_4)=0,1$. В ходе расследования обнаружено, что при пуске произошел отказ в блоке питания (событие A). Условные вероятности события A согласно той же статистике разны: $P(A/H_1)=0,9$, $P(A/H_2)=0,4$, $P(A/H_3)=0,2$, $P(A/H_4)=0,3$. Какая из гипотез наиболее вероятна при данных условиях?

ВАРИАНТ 2

1. Первый прибор может работать в одном из двух режимов, второй прибор - в одном из трех режимов. Пусть Ai (i= 1, 2) - событие, означающее работу 1-го прибора в i-м режиме, а Bi (i=1, 2, 3) - работу 2-го прибора в i- м режиме. Один из возможных режимов для каждого из приборов выбирается наудачу. Найти множество элементарных исходов поля событий данного опыта и множество элементарных исходов условного поля событий при условии, что первый прибор работает в первом режиме.
2. Наудачу выбирается пятизначное число. Найти вероятность события А ={число одинаково читается слеза направо и справа налево} (как, например, I353I).
3. Среди 60 изделий имеется 20 изделий высшего качества, 30 - первого сорта и 40- второго. Наудачу выбирается 10 изделий. Найти вероятность, того, что среди этих десяти 3 будут высшего качества, 4 – первого сорта и 3 – второго сорта.
4. Надежность первого прибора (вероятность безотказной работы в течение времени Т) равна 0,7 , второго – 0,8 , третьего – 0,85, четвертого – 0,95. Найти вероятность того, что в течение времени работы Т произойдет отказ по крайней мере двух приборов.
5. Вероятность того, что объект находится в зоне, в которой он может быть обнаружен радиолокатором, равна 0,7 . Из-за помех вероятность того, что объект, находящийся в зоне обзора радиолокатора, будет обнаружен, равна 0.8 . Найти вероятность того, что радиолокатор обнаружит объект.
6. Рабочий обслуживает десять однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания рабочего, одинакова для каждого из десяти станков и равна 0,05. Найти вероятность того, что в течение часа этих требований будет не меньше одного, но и не больше трех (пренебречь вероятностью того, что один станок может потребовать внимания рабочего в течение часа более одного раза).
7. В трех урнах лежат шары: в I- й – k белых шаров и m красных; во 2-й – l белых и r красных; в 3-й - s белых и t красных. Какова вероятность вынуть белый шар из наудачу выбранной урны?
8. Прибор работает 60% времени в нормальном режиме (гипотеза B_1), 30% времени - с перегрузкой (гипотеза B_2) и 10% времени - с недогрузкой (гипотеза B_3). Надежность прибора (вероятность безотказной работы в течение времени Т), работающего в нормальном режиме, равна 0,3 ; работающего с перегрузкой – 0,7, работающего с недогрузкой - 0,9. Каковы вероятности гипотез B_1, B_2 и B_3 , если известно, что прибор, работая в определенном режиме, вышел из строя за время меньше Т?

ВАРИАНТ 3

1. Из четырех цифр (1, 2, 3, 4) наудачу выбирают две по схеме выбора с возвращением и с упорядочиванием. Построить множество элементарных исходов данного опыта и множество элементарных исходов, соответствующих условному полю событий, при условии, что одна из выбранных цифр - 3.
2. Монету бросают до тех пор, пока она два раза подряд не упадет одной и той же стороной. Найти вероятность того, что опыт закончится до шестого бросания.
3. На 10 карточках записаны числа от 1 до 10. Одновременно извлекаются наудачу 2 карточки. Найти вероятность того, что извлечены две соседние (по порядку номеров) карточки.
4. В шкафу находятся девять однотипных приборов. В начале опыта они все новые (ни разу не бывшие в эксплуатации). Для временной эксплуатации берут наугад три прибора; после эксплуатации их возвращают в шкаф. На вид прибор, бывший в эксплуатации, ничем не отличается от нового. Такого рода операция производится три раза. Найти вероятность того, что в результате трехкратного выбора и эксплуатации в шкафу останется хотя бы один новый прибор.
5. Производятся три независимых выстрела по мишени; вероятности попадания в мишень при первом, втором, третьем выстреле равны соответственно p_1, p_2 , p_3. Найти вероятность того, что произойдет не менее двух попаданий в мишень.
6. Завод изготовляет изделия, каждое из которых с вероятностью r (независимо от других) является дефектным. Для контроля продукции завода выбирается наугад n изделий. При осмотре дефект, если он существует, обнаруживается с вероятностью p. Найти вероятности следующих событий: A = {ни в одном из изделий не обнаружено дефекта}; B = {среди n изделий ровно в двух обнаружен дефект }; C={среди n изделий не менее чем в двух обнаружен дефект}.
7. Студент Иванов знает только10 из 25 экзаменационных билетов, В каком случае шансы Иванова получить знакомый билет выше: когда он подходит тянуть билет первым или вторым по счету?
8. Деталь устройства может быть изготовлена из материала одного из трех типов A_1, A_2, A_3 с вероятностями: $P(A_1)=0,6$, $P(A_2)=0,3$, $P(A_3)=0,1$. Надежности устройства (вероятности безотказной работы в течение времени T) в зависимости от типа используемого материала равны соответственно 0,6; 0,8 и 0,9. Известно, что устройство вышло из строя, не проработав время T. Чему равны вероятности того, что деталь была изготовлена из материала типа A_1, A_2, A_3 ?

ВАРИАНТ 4

1. Передается телеграфное сообщение, состоящее из знаков "точка" и "тире" и содержащее 5 знаков. Построить множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий данного опыта при условии, что три из переданных пяти знаков - "точки".
2. На столе лежат 36 экзаменационных билетов с номерами 1, 2, ... 36 , среди которых 5 "плохих". Преподаватель берет наудачу 3 билета. Найти вероятность того, что среди этих билетов: а) нет "плохих"; б) один "плохой"; в) два "плохих".
3. Бросают 10 одинаковых игральных костей. Определить вероятности следующих событий: A = {ни на одной из костей не выпало 6 очков}; B = {хотя бы на одной из костей выпало 6 очков }, C ={ 6 очков выпало ровно на трех костях } .
4. Статистика, собранная среди студентов одного из вузов, обнаружила следующие факты: 60% всех студентов занимаются спортом, 40% участвуют в научной работе на кафедрах и 20% занимаются спортом и участвуют в научной работе на кафедрах. Корреспондент местной газеты подошел к наудачу выбранному студенту. Найти вероятности следующих событий: A ={ студент занимается по крайней мере одним из двух указанных видов деятельности}; B={студент занимается одним только спортом }; C ={ студент занимается только одним видом деятельности }.
5. Футбольный матч в городе ***M*** состоится с вероятностью 0,8 Команда "Спартак" побеждает команду "Динамо" с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что команда "Динамо" победит "Спартак" в предстоящем матче.
6. Вероятность появления события A хотя бы один раз в пяти независимых опытах равна 0,9. Какова вероятность появления события A в одном опыте, если при каждом опыте эта вероятность одинакова?
7. В первой урне лежит 1 белый шар и 4 красных, а во второй - 1 белый и 7 красных. Из первой урны во вторую перекладывают один шар, после чего из второй урны наудачу вынимают один шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.
8. Брак в продукции завода вследствие дефекта a составляет 4%, а вследствие дефекта b - 3,5%. Годная продукция завода составляет 95%. Найти вероятность того, что: а) среди продукции, не имеющей дефекта a встретится дефект b ; б) среди забракованной по признаку a продукции встретится дефект b.

ВАРИАНТ 5.

1. Монету бросают 5 раз. Известно, что три раза из пяти монета упала гербом вверх. Построить множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий данного опыта при указанном условии.
2. В магазин поступило 30 новых цветных телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Наудачу выбирают два телевизора для проверки. Какова вероятность того, что один из них имеет скрытые дефекты?
3. Регистр калькулятора содержит 6 разрядов. Считая, что появление любого числа на регистре равновероятно, определить вероятность события A = {регистр содержит ровно три одинаковых цифры }.
4. Студенты выполняют контрольную работу в классе контролирующих машин. Для получения положительной оценки достаточно решить две задачи из трех, написанных на карточке. Для каждой задачи зашифровано пять различных ответов, из которых только один правильный. Студент Иванов плохо знает материал и поэтому выбирает ответы для каждой задачи наудачу. Какова вероятность того, что он получит положительную оценку?
5. Техническое устройство состоит из четырех блоков. Надежности блоков (вероятности безотказной работы в течение времени T) равны соответственно 0,8; 0,75; 0,9; 0,99. Работоспособность каждого из блоков не зависит от состояния других блоков. Найти вероятность безотказной работы устройства в течение времени T, если для этого достаточно, чтобы в течение времени T безотказно работали по крайней мере три блока.
6. По данным технического контроля, в среднем 2% изготовляемых на заводе автоматических станков нуждаются в дополнительной регулировке. Чему равна вероятность того, что из шести изготовленных станков четыре нуждаются в дополнительной регулировке?
7. Подразделение состоит из четырех человек -одного сержанта и трех рядовых. Вероятность попадания в цель для сержанта равна 0,8; для рядового – 0,2. Из четырех человек наудачу выбираются двое, которые стреляют в цель. Найти вероятность того, что цель будет поражена, если для поражения цели достаточно одного попадания.
8. Объект, за которым ведется наблюдение, может быть в одном из двух состояний: B_1={функционирует }; B_2= {не функционирует} . Априорные вероятности этих состояний $P(B_1)=0,7$; $P(B_2)=0,3$. Имеется два источника информации, которые приносят разноречивые сведения о состоянии объекта; первый источник сообщает, что объект не функционирует, второй - что функционирует. Первый источник вообще дает правильные сведения с вероятностью 0,9 , а с вероятностью 0,1- ошибочные. Второй источник менее надежен: он дает правильные сведения с вероятностью 0,7, а с вероятностью 0,3 - ошибочные. На основании анализа донесений найти новые (апостериорные) вероятности гипотез.

ВАРИАНТ 6

1. **1.** Событие А произойдет, если произойдут не менее чем два из трех событий (B_1, B_2 , B_3) или если произойдет событие С. Найти множество элементарных исходов. Выразить событие А в поле событий через соответствующие ему элементарные исходы.
2. **2.** Пять приборов могут работать каждый в одном из шести режимов. Пусть выбор режима работы прибора производится наудачу и независимо от других приборов. Найти вероятность того, что приборы будут работать в разных режимах.
3. **3.** Из десяти первых букв русского алфавита *а, б, в, г, д, е, ж, з, и, к* наудачу составляется новый алфавит, состоящий из пяти букв. Найти вероятности следующих событий: А={в состав нового алфавита входит буква *а*} ; В = {в состав нового алфавита входят только согласные буквы}.
4. **4.** Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, наудачу и последовательно извлекают по одному шару до появления черного. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение, если выборка производится: а) с возвращением; б) без возвращения.
5. **5.** Опыт состоит в подбрасывании трех игральных костей. Наблюдаемые события: А = {на трех костях выпадут разные грани}; В ={хотя бы на одной грани выпадет 6 очков}. Определить Р(В/А) и Р(А/В).
6. **6.** Техническая система состоит из пяти узлов. Вероятность нарушения режима работы для каждого узла в течение времени Т равна 0,2. Системе выходит из строя, если нарушения режима работы произойдут не менее чем в трех узлах. Найти вероятность выхода из строя этой системы за время Т, если вероятность нарушения режима работы для каждого узла не зависит от состояния других узлов.
7. **7.** Цех завода производит определенного вида изделия; любое из них, независимо от других, с вероятностью р имеет дефект. Каждое изделие осматривается контролером, который обнаруживает дефект, если он имеется, с вероятностью p_1 и не обнаруживает - с вероятностью $1- p_1$. Изделие с обнаруженным дефектом бракуется. Кроме того, иногда контролер допускает ошибку и бракует доброкачественное изделие, это происходит с вероятностью p_2. За смену контролер осматривает N изделий. Найти вероятность того, что хотя бы одно из них будет квалифицировано им неправильно: или будучи дефектным, отнесено к доброкачественным, или наоборот (считается, что результаты осмотров отдельных изделий независимы).
8. **8.** Имеется пять урн. В 1-й , 2-й и 3-й урнах находится по 2 белых и 3 черных шара; в 4-й и 5-й - по 1 белому и 1 черному. Случайно выбирается урна и из нее извлекается шар. Какова вероятность того, что выбрана 4-я или 5-я урна, если извлеченный шар оказался белым?

ВАРИАНТ 7.

1. **** Спортсмен стреляет по цели до первого попадания, но не более пяти раз (по числу патронов). Событие A соответствует попаданию в цель при одном выстреле. Найти множество элементарных исходов, соответствующих полю событий данного опыта, и множество элементарных исходов, соответствующих условному полю событий, при условии, что первые три раза он в цель не попал.
2. Игральная кость подбрасывается один раз. Найти вероятность следующих событий: A={число очков равно 6}, B={число очков кратно трем}, C={число очков четно}, D={число очков меньше пяти}.
3. У сборщика 12 деталей, мало отличающихся друг от друга. Из них пять - первого вида, четыре - второго и три - третьего. Какова вероятность того, что среди шести взятых одновременно деталей три окажутся первого вида, две - второго и одна - третьего?
4. В механизм входят две одинаковые детали. Механизм не будет работать, если обе поставленные детали будут уменьшенного размера. У сборщика в наличии 10 деталей, из них 3 - меньше стандарта. Определить вероятность того, что механизм будет работать нормально, если сборщик берет для него две детали наугад.
5. Брошено две игральные кости. Предполагается, что все комбинации выпавших очков равновероятны. Найти вероятность того, что выпали две "пятерки", если известно, что сумма выпавших очков делится на пять.
6. Всхожесть семян некоторого растения составляет 70%. Какова вероятность того, что из 10 посеянных семян взойдут: а) восемь; б) по крайней мере восемь; в) не менее трех.
7. На трех автоматических станках изготовляются одинаковые детали. Известно, что 30% продукции производится первым станком, 25% - вторым и 45% - третьим. Вероятность изготовления детали, отвечающей стандарту, на первом станке равна 0,99 , на втором -0,98 и на третьем - 0,97. Изготовленные в течение дня на трех станках не рассортированные детали находятся на складе. Определить вероятность того, что наудачу взятая деталь не соответствует стандарту.
8. Число бракованных микросхем на 1000 считается равновозможным от 0 до 3. Наудачу опробованы 100 микросхем, оказавшиеся исправными. Какова вероятность, что все схемы исправны?

ВАРИАНТ 8

1. Пусть А, В, С - три события, наблюдаемые в данном эксперименте. Выразить в поле событий событие E = {из трех событий А, В, С хотя бы одно не произойдет }.
2. Некто в кармане имеет 8 ключей, из которых только один подходит к замку. Ключи последовательно извлекаются из кармана,, и совершается попытка открыть замок, до тех пор, пока не появится нужный ключ. (Опробованный ключ в дальнейших попытках открыть замок не участвует.) Какова вероятность того, что нужный ключ будет извлечен последним?
3. В электрическую цепь включены последовательно четыре сопротивления R_i (i=1,2,3,4), которые могут выйти из строя независимо друг от друга. Вероятность того, что перегорит сопротивление R_1 , равна 0,1 ; вероятность перегорания R_2 равна 0,2 ; R_3 – 0,15 ; R_4 – 0,3. Определить вероятность того, что цепь вышла из строя, и вероятность того, что перегорели все сопротивления.
4. Наудачу подбрасывают две игральные кости. Найти вероятности следующих событий: А= {сумма выпавших очков четна}; В= {произведение очков четно}; С = {на одной из костей число очков четно, а на другой нечетно }; D={ни на одной из костей не выпало 6 очков}.
5. Завод изготовляет изделия, каждое из которых с вероятностью r (независимо от других) является дефектным. Для контроля из продукции завода выбирается наугад n изделий. При осмотре дефект, если он существует, обнаруживается с вероятностью p. Найти вероятности следующих событий: А = {ни в одном из изделий не обнаружено дефекта}; В = { среди n изделий ровно в двух обнаружен дефект}; С={среди n изделий не более чем в двух обнаружен дефект } .
6. Пару одинаковых игральных костей бросают 7 раз. Какова вероятность следующих событий: А = {каждый раз выпадает сумма очков, большая7}; В={сумма очков, большая 7 , выпадает более двух раз }.
7. В первой урне лежит 1 белый шар и 4 красных, а во второй 1 белый и 7 красных. В первую урну добавляется два шара, случайно выбранных из второй урны. Найти вероятность того, что шар, выбранный наудачу из пополненной первой урны, будет белым.
8. Астрономический объект, за которым ведется наблюдение, может находиться в одном из двух состояний: B_1 или B_2. Априорные вероятности этих состояний $P(B_1)$= 0,6; $P(B_2)$= 0,4. Наблюдение ведется независимо двумя обсерваториями. Первая обсерватория обычно дает правильные сведения о состоянии наблюдаемого объекта в 90% случаев, а в 10% ошибается; вторая дает правильные сведения в 80% случаев, а в 20% ошибается. Первая обсерватория сообщила, что объект находится в состоянии B_1, а вторая – что в состоянии B_2. Найти апостериорную вероятность состояния B_1 .

ВАРИАНТ 9 .

1. По каналу связи передается сообщение, состоящее из символов a и b и содержащее 5 знаков. Известно, что символ b встречается в этом сообщении 3 раза. Построить множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий данного эксперимента при указанном условии.
2. В урне находится 5 шаров, из которых 2 белых и 3 черных. Из урны наудачу выбирают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.
3. Производится три повторных независимых измерения некоторой физической величины. Вероятность того, что при одном измерении (любом) ошибка выйдет за пределы допуска, равна 0,1. Найти вероятности следующих событий: A = {во всех проведенных измерениях была достигнута заданная точность}; B={не более чем в одном измерении ошибка выйдет за пределы допуска}; C = {по крайней мере в двух измерениях подряд была достигнута заданная точность}.
4. Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что будет принят первый вызов, равна 0,2; второй - 0,3; третий - 0,4. События, состоящие в том, что данный вызов (I- й, 2-й, 3- й) будет услышан, независимы. Найти вероятность того, что корреспондент услышит вызов радиста.
5. Брошено 2 игральные кости. Какова вероятность того, что на обеих костях выпало по 3 очка, если известно, что сумма выпавших очков делится на три?
6. Вероятность выигрыша по одному билету лотереи равна 1/7. Какова вероятность того, что лицо, имеющее шесть билетов: а) выиграет по двум билетам; б) выиграет по трем билетам; в) не выиграет по двум билетам?
7. Два цеха штампуют однотипные детали. Первый цех дает a% брака, второй - b% . Для контроля отобрано n_1 деталей из первого цеха и n_2 из второго. Эти $n_1 + n_2$ деталей смешивают в одну партию и из нее наудачу извлекают одну деталь. Какова вероятность того, что она бракованная?
8. В коробке находятся две неотличимые по внешнему виду и весу игральные кости; одна правильная, с одинаковыми вероятностями выпадения всех шести цифр при случайном подбрасывании; другая неправильная с неравномерным распределением массы по объему. При случайном подбрасывании неправильной игральной кости шестерка появляется с вероятностью 1/3, единица - с вероятностью 1/9, остальные цифры выпадают с одинаковыми вероятностями. Наудачу извлеченная из коробки игральная кость была подброшена, и в результате выпало 6 очков. Найти вероятность того, что была подброшена правильная игральная кость.

ВАРИАНТ 10

1. Устройство состоит из четырех пронумерованных блоков B_1, B_2, B_3, B_4 . Известно, что один или два блока устройства отказали, но не установлено, какие именно. Построить множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий, при указанном условии.
2. В студии телевидения имеются 3 телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.
3. Регистр калькулятора содержит 8 разрядов. Считая, что появление любого числа на регистре равновероятно, определить вероятности следующих событий: A = { во всех разрядах стоят одинаковые цифры} ; B={во всех разрядах стоят различные цифры }; C={регистр содержит ровно две одинаковые цифры }.
4. Имеется блок, входящий и систему. Вероятность безотказной работы его в течение заданного времени равна 0,85. Для повышения надежности в систему устанавливается такой же резервный блок. Требуется найти, какой станет вероятность безотказной работы блока с учетом резервного.
5. На предприятии брак составляет в среднем 1,5% от общего выпуска изделий. Среди годных изделий 80% - изделия первого сорта. Какова вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется изделием первого сорта, если оно взято из общей массы изготовленной продукций?
6. Известно, что вероятность того, что наудачу взятая из данной большой партии деталь не отвечает стандарту, равна 0,85. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу пяти деталей не более двух окажутся нестандартными.
7. В строительном отряде 70% первокурсников и 30% студентов второго курса. Среди первокурсников 40% девушек, а среди студентов второго курса – 35% девушек. Все девушки по очереди дежурят на кухне. Найти вероятность того, что в случайно выбранный день на кухне дежурит первокурсница.
8. Испытывается прибор, состоящий из двух различных узлов A_1 и A_2 . Надежности (вероятности безотказной работы за время T) узлов A_1 и A_2 известны и равны p_1=0,8; p_2=0,9 . Узлы отказывают независимо друг от друга. По истечении времени T выяснилось, что прибор неисправен. Найти с учетом этого вероятности гипотез: B_1= {неисправен только первый узел }; B_2 = {неисправен только второй узел}; B_3= { неисправны оба узла }.

ВАРИАНТ 11

1. Студент сдаст экзамен (событие A), если он правильно ответит на два вопроса из билета (события B_1 и B_2) и решит задачу (событие С), или если он правильно ответит на один из вопросов билета (B_1 или B_2) решит задачу и ответит на один дополнительный вопрос (событие D). Найти множество всех элементарных исходов данного опыта. Выразить событие A в поле событий через соответствующие ему элементарные исходы.
2. Брошено три монеты. Предполагая, что все элементарные исходы равновероятны, найти вероятности событий: A = {первая монета выпала гербом вверх }; B={ выпало ровно два герба }; C = {выпало не более двух гербов}.
3. В партии из 20 приборов имеется 3 неисправных. Мастер выбирает наудачу и проверяет один за другим 5 приборов. Какова вероятность того, что при этом ни один из неисправных приборов не будет обнаружен?
4. В лаборатории приготовлено для испытания на прочность 10 образцов, вероятность того, что каждый из них будет подвергнут необратимой деформации (т.е. будет разрушен) при максимальной нагрузке, равна 0,4. Лаборант до основного испытания решил проверить образцы при уменьшенной в два раза нагрузке. Вероятность того, что образец при этом испытании будет разрушен, равна 0,1. Найти вероятность того, что после двух испытаний (предварительного и основного) хотя бы один образец будет разрушен.
5. Из 100 карточек с числами 00, 01, ... 98, 99 случайно выбирается одна. Пусть a - сумка цифр на карточке, а b произведение цифр. Найти $P\{a=i/b=0\}$ для всех возможных значений i.
6. Брошюра в 20 страниц содержит 10 опечаток. Каждая из опечаток с одинаковой вероятностью и независимо от других опечаток может находиться на любой из 20 страниц. Найти вероятность того, что на одной из страниц оказалось не менее двух опечаток.
7. Имеются две партии одинаковых изделий по 15 и 20 шт., причем в первой партии два, а во второй - три бракованных изделия. Наудачу взятое изделие из первой партии переложено во вторую, после чего выбирается наудачу одно изделие из второй партии. Определить вероятность того, что выбранное изделие является бракованным.
8. Счетчик регистрирует частицы трех типов – А, В и С. Вероятность появления этих частиц P(A)=0,2; P(B)=0,5; P(C)=0,3. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями p_1=0,8; p_2=0,2; p_3=0,4. Счетчик отметил частицу. Определить вероятность того, что это была частица типа В.

Разноуровневые практические задания
для проведения промежуточной аттестации обучающихся
(комплект разноуровневых задач / заданий)

1 Задачи репродуктивного уровня

1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}0 & 5\\ 2 & 3\end{pmatrix}$. Вычислить AB.
2. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$. Найти матрицу $3A^2$.
3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}2 & -2 & 0\\ 0 & 3 & -3\\ 0 & 0 & 5\end{vmatrix}$.
4. Вычислить длину вектора $\bar{a}=(2, -4, 1)$.
5. Даны вершины треугольника ABC: A(2; -3) B(0; -2) и C(3; 1). Найти косинус угла A.
6. Составить уравнение прямой, проходящей через т. M(2; -7), параллельно прямой $3x+5y+15=0$.
7. Составить уравнение прямой, проходящей через две точки A(2; -3) и B(3; 1).
8. Дано каноническое уравнение кривой $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{7}=1$. Определить вид кривой, найти уравнение директрис. Сделать чертеж.
9. Дано каноническое уравнение кривой $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$. Определить вид кривой, найти координаты вершин.
10. Дано каноническое уравнение кривой $y^2=-8x$. Определить вид кривой, найти координаты фокуса.
11. Вычислить пределы функций:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1-4x^2}{2x^2-3x-3} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{1-4x}{2x^2-3x-3}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{2x} \qquad \lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{2x^2-x-1}$$

12. Вычислить производную:

$$y=3x^4+5x-6 \qquad y=x+\cos^3 5x$$

$$y=e^{3x}\sin 5x \qquad y=\frac{\sin 3x}{\sqrt{x}}$$

13. Составить уравнение касательной к кривой $y=3x^3-2x^2-6x+4$ в точке $M(1;-1)$.

14. Вычислить интегралы

$$\int\frac{dx}{(4x-5)^3} \qquad \int\frac{dx}{9x^2+4} \qquad \int\frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}}$$

$$\int\frac{dx}{\sin^2 3x} \qquad \int tg(3-5x)dx \qquad \int\frac{e^x}{4+e^{2x}}dx$$

$\int x\ln x dx$	$\int xe^{3x}dx$	$\int x\cos 2x dx$
$\int \frac{dx}{x^2+4x}$	$\int_0^2 \frac{x+2}{x-3}dx$	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+x-20}$
$\int \cos^2 3x dx$	$\int \sin x\cos 3x dx$	$\int_{-2}^2 \frac{xdx}{\sqrt{9+4x^2}}$
$\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-5}}$	$\int_1^2 \frac{dx}{9x^2-4}$	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{9+4x^2}}$
$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{4+\cos x}dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2x dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 3x dx$

15. Вычислить среднее значение функции $y(x)=3x^2+4x+5$ на интервале $[0,3]$.
16. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y=6-x^2$ и $y=2$.
17. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y=x^2-6x-6$ и $x+y-6=0$.
18. Вычислить длину дуги параболы $y=x^2-4$, отсеченной прямой $y=0$.
19. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси *Ox* плоской фигуры, ограниченной кривой $y=x^2-5x$ и прямой $y=0$.
20. Три стрелка делают залп по одной цели. Построить множество элементарных исходов, соответствующее полю событий данного эксперимента.
21. Среди 20 студентов группы, из которых 5 отличников, случайно выбирают 3 человек для участия в тестовой работе. Какова вероятность того, что будут выбраны только отличники?
22. Подбрасывают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков больше 9.
23. Три стрелка производят залп по одной мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,8, для третьего – 0,9. Найти вероятность того, что никто не попадет в цель.
24. Три ящика содержат по 10 деталей. В первом ящике — 6 стандартных деталей, во втором — 7, в третьем — 9. Из наудачу взятого ящика вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что она окажется стандартной.
25. Бросают четыре монеты. Найти вероятность того, что герб выпадет ровно два раза.
26. Игральная кость подбрасывается один раз. Случайная величина *X* – количество очков на кости. Составить закон распределения вероятностей случайной величины *X*. Найти *M*(*X*), *D*(*X*) и σ(X). Составить функцию распределения и построить ее график.
27. Найти дисперсию дискретной случайной величины, заданной законом распределения вероятностей:

x_i	-1	2	3
p_i	0,2	0,6	?

28. Найти плотность вероятностей случайной величины *X*, заданной интегральной функция распределения вероятностей

$$F(x)=\begin{cases}0, & x \le 0,\\ \dfrac{3x+x^2}{10}, & 0 < x \le 2,\\ 1, & x > 2.\end{cases}$$

29. Непрерывная случайная величина X распределена по равномерному закону с параметрами $a=10$ и $b=14$. Найти математическое ожидание, дисперсию.
30. Найти математическое ожидание и дисперсию, плотность распределения вероятностей случайной величины X, заданной интегральной функция распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x \le 1,\\ \dfrac{x-1}{2}, & 1 < x \le 3,\\ 1, & x > 3.\end{cases}$$

31. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 3$. Найти интегральную функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию.
32. Найти математическое ожидание случайной величины X, заданной дифференциальной функцией распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ 0{,}5\cdot e^{-0{,}5x}, & x \ge 0.\end{cases}$$

2 Задачи реконструктивного уровня

1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -3 & 1 & 2\end{pmatrix}$. Вычислить $A^T B$.

2. Дана матрица $\begin{pmatrix}2 & -2 & 5\\ 7 & 3 & -3\\ 1 & 3 & 9\end{pmatrix}$. Найти матрицу $3A^2$.

3. Вычислить алгебраическое дополнение к элементу a_{23} матрицы.

4. Вычислить минор к элементу a_{13} матрицы $\begin{pmatrix}2 & -2 & 5\\ 4 & 2 & -3\\ 1 & 3 & 9\end{pmatrix}$.

5. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}2 & -2 & 5\\ 4 & 2 & -3\\ 1 & 3 & 9\end{pmatrix}$. Найти обратную матрицу.

6. Решить систему методом Крамера $\begin{cases}2x-7y+5z=-1\\ 5x+3y-2z=6\\ 6x-3y+2z=5\end{cases}$.

7. Найти проекцию вектора $\overline{a}=(2, -4, 7)$ на вектор $\overline{b}=(-3, 0, 4)$.

8. Найти расстояние от точки А(3,-1) до прямой $y = 3x - 4$.
9. Даны вершины треугольника А(4; -7); В(7; 0) и С(-3; 2). Составить уравнение медианы, проведенной из вершины А.
10. Даны вершины треугольника А(1; -3); В(2; 0) и С(-3; 2). Составить уравнение высоты, проведенной из вершины А.
11. Даны координаты трех точек А(4; -7); В(7; 0) и С(-3; 2). Составить уравнение прямой, проходящей через т. С, параллельно прямой АВ.
12. Привести уравнение $3x^2 + 4y^2 - 12x = 0$ к каноническому виду. Определить вид кривой, найти координаты фокусов. Сделать чертеж.
13. Привести уравнение $5x^2 - 4y^2 + 16y - 36 = 0$ к каноническому виду. Определить вид кривой. Сделать чертеж.
14. Составить уравнение прямой, проходящей через центр окружности $4x^2 + 4y^2 + 16y - 9 = 0$, параллельно прямой $y = -3x + 1$.

15. Вычислить пределы функций:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1-4x^3}{2x^3 - 3x^2 - 3} \qquad \lim_{x\to\infty} xe^{-3x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{5x}{arctg\, 2x} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{3x}{\sqrt{4+2x} - 2}$$

16. Вычислить производную:

$$y = e^{-3x^2} \sin 5x \qquad y = x\cos^3 5x$$

$$y = \sqrt[3]{9tgx - x}) \qquad y = \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{3-4x^2}}$$

$$yx^2 - \cos xy = 0 \qquad \begin{cases} x = e^{2t}\cos t \\ y = e^{2t}\sin t \end{cases}$$

17. Составить уравнение касательной к кривой $y^2 - 3xy + 4x^2 - 5x + y + 2 = 0$ в точке $M(1;\ 1)$.

18. Вычислить интегралы

$$\int \frac{xdx}{\sin^2 3x} \qquad \int x^2 \ln x dx \qquad \int \frac{xdx}{(3x-5)^4}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{x^2 + 4} \qquad \int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 - 3x} \qquad \int \frac{xdx}{x^2 + 4x + 6}$$

$$\int \cos^3 3x dx \qquad \int \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}} \qquad \int \frac{dx}{x\sqrt{4 - 6x + x^2}}$$

$$\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{x^2+4x+6}} \qquad \int_{-1}^1 xarctg\,2x\,dx \qquad \int_0^1 \frac{(4x+1)dx}{x^2+x-20}$$

$$\int_0^2 \frac{x^2+2}{x^2-9}dx \qquad \int_2^3 \frac{dx}{2+\sqrt{4x-5}} \qquad \int_1^3 \frac{dx}{x^3-3x^2-4}.$$

19. Вычислить среднее значение функции $y(x)=\frac{x}{x^2+4x+5}$ на интервале $[0;\ 3]$.
20. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми $y=e^{2x}, \quad y=e^{-2x}, \quad x=2$.
21. Вычислить длину части параболы $y=x^2-6x-6$, отсеченной прямой $x+y-6=0$.
22. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси *Ox* плоской фигуры, ограниченной кривой $y=6x-x^2$ и прямой $y=8$.
23. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной кривой $y=x^2-4x+4$ и прямой $y=4$.
24. Вычислить несобственные интегралы

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{3x^2+4x+5} \qquad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x}}$$

$$\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} \qquad \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

25. Исследовать на сходимость несобственные интегралы

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^2}{3+\sqrt{x^5+2}}dx \qquad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^5+4x^2}}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos^2 x}{x^3+4x+1}dx \qquad \int_0^4 \frac{dx}{x^2+\sqrt{x}}$$

26. В рекламном агентстве имеется 10 агентов и 4 менеджера. Сколько существует способов составить бригаду, состоящую из трех агентов и одного менеджера?
27. Среди 20 студентов группы, из которых 5 отличников, случайно выбирают 3 человек для участия в тестовой работе. Какова вероятность того, что среди выбранных будет только один отличник?
28. Два шарика случайным образом раскладываются по пяти лункам. Найти вероятность того, что пустые лунки чередуются с заполненными.
29. Три стрелка производят залп по одной мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,8, для третьего – 0,9. Для поражения цели достаточно двух попаданий. Найти вероятность того, что цель поражена.
30. В квадрат, сторона которого 5 см, наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что эта точка попадет в круг, вписанный в квадрат.
31. Три ящика содержат по 10 деталей. В первом ящике — 6 стандартных деталей, во втором — 7, в третьем — 9. Из наудачу взятого ящика вынимают одну деталь, она оказалась стандартной. Найти вероятность того, что деталь была взята из третьего ящика.
32. Неисправное реле в 40% случаев не срабатывает. Какова вероятность того, что при 10 испытаниях ровно 4 раза реле не сработает.

33. При длительном хранении 10% деталей выходит из строя. Найти вероятность того, что из наугад выбранных 400 деталей окажется: а) ровно 350 годных; б) не менее 350 годных.
34. Автоматическая линия выпускает 1000 деталей в час с вероятностью выпуска бракованной детали 0,004. Найти вероятность того, что за полчаса линия выпустит ровно три бракованных детали.
35. Игральную кость подкидывают 10 раз. Случайная величина X – количество появлений трех очков. По какому закону распределена случайная величина X? Найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$.
36. Бросается игральная кость до первого появления пяти очков. Случайная величина X - количество подбрасываний кости. По какому закону распределена случайная величина X? Найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$.
37. Найти математическое ожидание случайной величины X, заданной дифференциальной функцией распределения
$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{64}(x-4)^2 & x\in[0,4]\\ 0 & x\notin[0,4]\end{cases}$$
38. Найти математическое ожидание случайной величины X, заданной интегральной функцией распределения вероятностей
$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \frac{3x+x^2}{10}, & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$
39. Найти $P(2\le X\le 4)$ и функцию распределения случайной величины X, заданной плотностью распределения
$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ 0{,}5\cdot e^{-0{,}5x}, & x\ge 0.\end{cases}$$
40. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно $a=10$, среднее квадратическое отклонение равно $\sigma=2$. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (8; 12).

3 Задачи творческого уровня

1. Найти все решения системы $\begin{cases}2x-7y+5z=14\\ 5x+4y-2z=-3\\ 3x-11y+7z=17\end{cases}$.
2. Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix}2 & 3 & 4 & -5\\ 3 & -4 & 1 & 0\\ 6 & 0 & 6 & -4\end{pmatrix}$.
3. Образуют ли три вектора $\bar{a}=$(-1; -2; 3), $\bar{b}=$(2; 3;-4) и $\bar{c}=$(3; 4; -5) базис в пространстве R^3? Ответ обосновать.
4. Даны координаты вершин треугольника А(1, 3), В(2, -3) и С(0, -1). Вычислить длину высоты, опущенной из вершины А.

5. Найти координаты точки, симметричной точке M(2; -7) относительно прямой $3x+5y+15=0$.
6. Через точку M(2; -3) провести прямые, образующие угол 45^0 с прямой 2x-3y+6=0.
7. Даны вершина C(-1; 3) прямого угла равнобедренного прямоугольного треугольника и его гипотенуза 3x-4y-12=0. Найти уравнения катетов.
8. Найти расстояние между прямыми $y=3x-4$ и $\begin{cases} x=2t-4 \\ y=6t-1 \end{cases}$.
9. Составить уравнение плоской кривой, каждая точка которой равноудалена от прямой x=8 и от точки F(-1; 2).
10. Составить уравнение плоской кривой, каждая точка которой находится на расстоянии 4 ед. от точки O(5; -2).
11. Вычислить пределы функций:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{2x^3}-\frac{1}{x}\right) \qquad \lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{2x^3-x-1}$$

$$\lim_{x\to \pi}\frac{\sin x}{\pi - x} \qquad \lim_{x\to \infty}\left(\frac{3x+3}{3x-2}\right)^x$$

12. Вычислить производную:

$$y=e^{-3x^2}\sin 5x \qquad y=x\cos^3 5x$$

$$y=\ln(x+\sqrt[3]{9x^2-1}) \qquad y=\frac{\arcsin^3 3x}{\sqrt{3-4x^2}}$$

$$\operatorname{arctg}\frac{y}{x}-\cos xy=0 \qquad \begin{cases} x=\operatorname{ctg}\dfrac{1}{t} \\ y=(t^3-1)\ln\sqrt{t} \end{cases}$$

13. Составить уравнение касательной к кривой $3x^3-2x^2y-6xy+y^3+4=0$ в точке $M(1;\ 1)$.
14. Вычислить интегралы:

$$\int x\ln^2 x dx \qquad \int \frac{\sqrt{x}dx}{1+2\sqrt[3]{x}} \qquad \int \frac{dx}{e^x+4}$$

$$\int \frac{x^3dx}{x^2+4x-5} \qquad \int \frac{dx}{\cos^2 x+4} \qquad \int \frac{\sin xdx}{\cos x-2\sin x}$$

$$\int \cos^4 3xdx \qquad \int \frac{x^3dx}{\sqrt{4-x^2}} \qquad \int x^3\sqrt{x^2+1}dx$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} x\sin^2 2xd \qquad \int_0^1 x(3x-2)^5 dx \qquad \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{xdx}{\cos^2 2x}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{4+\sin x} \qquad \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} d. \qquad \int_0^4 x^3\sqrt{x^2+1}dx$$

15. Вычислить среднее значение функции $y=\dfrac{1}{e^x-1}$ на интервале $[\ln 2; 2\ln 2]$.
16. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми $y=e^{2x}$, $y=e^{-2x}$, $y=e^2$.
17. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$ и $x=4$.
18. Вычислить длину дуги $y=\ln(\sin x)$ при $\dfrac{\pi}{3}\le x\le\dfrac{\pi}{2}$.
19. Вычислить объем тела, полученного вращением плоской фигуры, ограниченной кривыми $y=4-x^2$ и $x-y+4=0$ вокруг оси Oy.
20. Вычислить площадь поверхности тела, образованного вращением вокруг оси *Ox* параболы $y=6x-x^2$, ограниченной прямой $y=8$.
21. Вычислить несобственные интегралы

$$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x\sqrt{4+\ln^2 x}} \qquad \int_1^{+\infty}\frac{dx}{x\sqrt{3x^2+4x+5}}$$

$$\int_{-2}^{0}\frac{dx}{2-\sqrt{3-x}} \qquad \int_2^3\frac{xdx}{\sqrt{x^2-x-2}}$$

22. Исследовать на сходимость несобственные интегралы

$$\int_0^{+\infty}\frac{x^2}{\sqrt{x^5-2x+3}}dx \qquad \int_0^4\frac{dx}{x^2+\sqrt{x}}$$

$$\int_1^{+\infty}\frac{\ln x}{x^3+4x+1}dx \qquad \int_1^{+\infty}\frac{\sin x}{x^2+3x+4}dx$$

23. Какова вероятность того, что четырехзначный пароль содержит ровно три одинаковые цифры? Считается, что появление любого числа (от 0 до 9) равновероятно.
24. В билете лотереи зачеркиваются 6 чисел из 36. Если из зачеркнутых совпали два и больше чисел с номерами, которые выдаст лототрон, то билет выигрышный. Найти вероятность выигрыша.
25. Три ящика содержат по 10 деталей. В первом ящике — 6 стандартных деталей, во втором — 7, в третьем — 9. Из наудачу взятого ящика вынимают две детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.
26. В партии 10 изделий, среди которых 5 второго сорта. Проверяют по одному изделию, пока не обнаружат второсортное. Случайная величина *X* – число проверенных изделий. Найти математическое ожидание и дисперсию.
27. Завод отправил потребителю партию из пятисот изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,002. Найти вероятность того, что потребитель получит не более двух поврежденных изделий.
28. Вероятность попадания в цель для стрелка при одном выстреле не зависит от результатов предшествующих выстрелов и равна 0,8. Спортсмен сделал 8 выстрелов. Найти вероятность того, что стрелок попал в цель не меньше 6 раз.

29. На сборку поступают детали с двух автоматов: 60% - с первого, 40% - со второго. На первом автомате брак составляет 4%, а на втором 6%. Для контроля отобрали три детали. Случайная величина X - число бракованных деталей среди извлеченных. Указать, какое распределение имеет случайная величина X. Найти математическое ожидание и дисперсию.
30. Найти математическое ожидание и функцию распределения случайной величины X, заданной плотностью распределения вероятностей

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x \notin [0,4] \\ \dfrac{x}{4}, & x \in (0,2) \\ 1-\dfrac{x}{4}, & x \in [2,4] \end{cases}.$$

31. Дана плотность распределения случайной величины X:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x \notin [-2,2] \\ C(4-x^2), & x \in [-2,2] \end{cases}.$$

Найти значение C, математическое ожидание случайной величины X и функцию распределения.

32. Коробки с мармеладом упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 900 г. Вес коробок - случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что 2% коробок имеют массу, большую 1 кг. Найти процент коробок, масса которых не превышает 850 г.